Calculatrice autorisée

Exercice 1

4,5 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -5$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$.

1) Déterminer, en détaillant les calculs, les cinq premiers termes de cette suite.

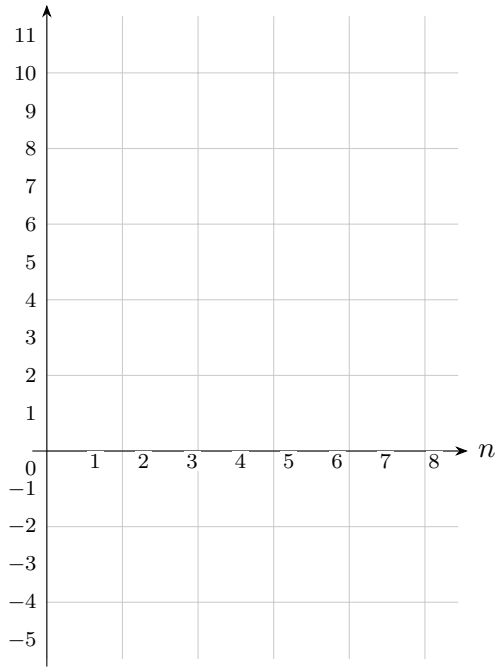
2) Les représenter dans le repère ci-contre.

3) **a.** Conjecturer le sens de variation de cette suite.

b. Démontrer cette conjecture.

4) Compléter les pointillés pour que la fonction écrite en langage Python ci-dessous renvoie le terme u_n.

```
def suite(n):
    u = ...
    for i in range(...):
        u = ...
    return ...
```



Exercice 2

10 points

Répondre par « Vrai » ou « Faux » aux affirmations suivantes, en justifiant la réponse.

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 8x - 6$, de courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère du plan.
Affirmation 1 : la courbe $\mathscr{C}_f$ est toujours en dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$.

2) On considère l'équation $(E) : x^2 + (m+3)x + (m+1) = 0$, où m désigne un nombre réel.
Affirmation 2 : quel que soit le réel m, l'équation (E) admet deux solutions.

3) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = -n^2 - 3n + 4$.
Affirmation 3 : la suite (u_n) est décroissante.

4) On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 2v_n^2 - 5v_n + 2$.
Affirmation 4 : la suite (v_n) est croissante.

5) Un musée a enregistré $54\,000$ entrées en 2025. Après des travaux de rénovation, le musée espère voir le nombre d'entrées augmenter de $5\,\%$ par an. Pour tout entier naturel n, on note w_n le nombre d'entrées espérées en $2025 + n$.
Affirmation 5 : le nombre d'entrées espérées dépassera pour la première fois $100\,000$ en 2038.

Exercice 3

5,5 points

Au 1er juin 2020, la gestionnaire d'un parc naturel marin a dénombré $1\,500$ phoques gris dans le parc. Le parc perdra son label « zone de protection » si la population de phoques passe sous la barre des 800 individus.

D'après une étude, on peut admettre que, chaque année :

- de début juin à fin octobre, 60 phoques viennent s'installer dans le parc ;
- de début novembre à fin mai, la population diminue de $10\,\%$ par rapport à son niveau du 31 octobre.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de phoques présents dans le parc au 1er juin de l'année $2020 + n$. Ainsi $u_0 = 1\,500$.

1) Vérifier que $u_1 = 1\,404$.

2) Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 54$.

3) Avec la calculatrice, émettre une conjecture sur la limite de la suite (u_n).

4) **a.** On a saisi la fonction Python ci-contre puis l'instruction affichée dans la console. Interpréter concrètement le nombre obtenu.

b. Le parc perdra-t-il un jour son label ? Justifier.

5) On admet que, pour tout entier naturel n, $u_n = 960 \times 0{,}9^n + 540$.

a. Établir que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -96 \times 0{,}9^n$.

b. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

```
def phoques(S):
    u = 1500
    n = 0
    while u >= S:
        u = 0.9*u + 54
        n = n + 1
    return n
```

```
>>> phoques(800)
13
```