Calculatrice interdite

Indications numériques : $85^2 = 7\,225$ *et* $170^2 = 28\,900$

Exercice 1

7 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $x\sqrt{5} + 16 = 4\left(x + \sqrt{5}\right)$ *(on simplifiera la ou les solutions autant que possible)*

2) $x^2 - x + 1 = 0$ **3)** $x^2 + \dfrac{1}{2} = x\sqrt{2}$ **4)** $x^3 + 2x^2 + x = 0$

5) $x + \dfrac{1}{x+1} = 3$ *(on précisera l'ensemble de résolution)*

Exercice 2

8 points

Les questions 1, 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - x - 6$.

- **a.** Déterminer mentalement une racine de f.
- **b.** En déduire, sans calculer de discriminant, l'autre racine de f.
- **c.** Donner la forme factorisée de f.

2) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x^2 + 7x - 5$.

- **a.** Déterminer par le calcul la forme canonique de g.
- **b.** Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.

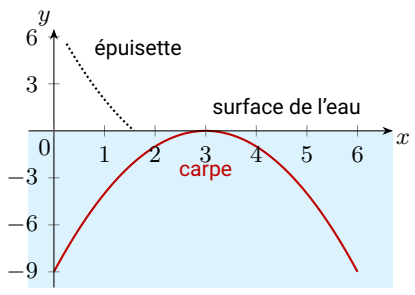
3) On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 4x^2 - 12x + 9$.

- **a.** Déterminer par le calcul la forme canonique de h.
- **b.** Dresser le tableau de variations de h sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

2 points

Une carpe koï quitte son abri uniquement pour se nourrir. Dans le repère ci-contre, l'axe des abscisses figure la surface de l'eau ; le trajet de la carpe suit la courbe de la fonction f définie sur $[0\,;6]$ par $f(x) = -x^2 + 6x - 9$.
Le bord d'une épuisette décrit, quant à lui, la courbe de la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 6x + 7$.
L'épuisette peut-elle rencontrer la carpe ? Si c'est le cas, à combien d'endroits ? Justifier.



Exercice 4

3 points

Existe-t-il deux entiers naturels consécutifs dont la somme des carrés est égale à $3\,613$? Si oui, quels sont-ils ?