Calculatrice autorisée

Exercice 1

2,5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 28x - 15$.

1) Calculer $f(-1)$.

2) Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = (5 - x)\left(2x^2 + 5x - 3\right)$.

3) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

Exercice 2

2,5 points

On considère l'équation $mx^2 + (3m - 2)x + (m + 7) = 0$, où m est un réel.

Les questions sont indépendantes.

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ cette équation pour $m = 0$.

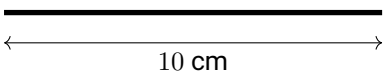
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ cette équation pour $m = -1$.

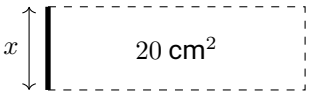
3) Pour $m \neq 0$, exprimer le discriminant Δ de cette équation en fonction de m.

Exercice 3

2,5 points

On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. On la brise en deux morceaux comme indiqué sur les schémas ci-dessous et x désigne la longueur, en cm, du **plus petit morceau**.





1) Dans quel intervalle peut varier x ?

2) Déterminer la valeur de x pour que les deux morceaux de baguette obtenus soient deux côtés consécutifs d'un rectangle d'aire 20 cm^2.

Exercice 4

5 points

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

1) Écrire $f(x)$ sous forme canonique.

2) Justifier que, pour tout réel x, $f(x) = (2 - x)(x + 4)$.

3) En choisissant à chaque fois la forme la plus adaptée, et en le précisant :

- **a.** calculer $f(-1)$;
- **b.** calculer $f(0)$;
- **c.** résoudre l'inéquation $f(x) > 0$;
- **d.** résoudre l'équation $f(x) = 8$;
- **e.** justifier que, pour tout réel x, $f(x) \leqslant 9$.

Exercice 5

3,5 points

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel **non nul** n par $u_n = 2 - \dfrac{4}{n}$ et la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = -2n + 5$.

1) Calculer la valeur exacte du 8e terme de chacune de ces deux suites.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de n. *(On donnera l'expression sous forme d'un quotient.)*

3) Résoudre l'inéquation $v_n < -8$. En déduire à partir de quel entier n on a $v_n < -8$.

Exercice 6 : vrai ou faux

2 points

Soit f la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec a réel non nul, b et c deux réels. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

« Si a et c sont de signes opposés, alors f admet au moins une racine réelle. »

Exercice 7

2 points

1) Déterminer les racines éventuelles du polynôme du second degré $4x^2 + 19x - 5$.

2) On souhaite maintenant résoudre l'équation de degré 4 $\quad (E)\ :\ 4x^4 + 19x^2 - 5 = 0$.

a. Montrer qu'en effectuant le changement de variable $X = x^2$, on peut trouver les solutions de cette équation en se ramenant à la résolution d'une équation du second degré d'inconnue X.

b. En déduire les solutions de l'équation (E).