Calculatrice autorisée

Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées ; une seule de ces affirmations est exacte. Entourer sur le sujet la réponse considérée comme vraie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.
Les questions marquées « Bonus » sont hors barème.

Exercice 1

6,5 points

1. On considère la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$. La droite (d) passe :

A. par le point de coordonnées $(1\,;\,3\,;\,-1)$ **B.** par le point de coordonnées $(1\,;\,-1\,;\,0)$
C. par le point de coordonnées $(0\,;\,-4\,;\,-3)$ **D.** par le point de coordonnées $(4\,;\,8\,;\,-1)$

2. On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $2x - 3y - z + 1 = 0$. Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal :

A. $\vec{n}(6\,;\,3\,;\,3)$ **B.** $\vec{n}(4\,;\,-6\,;\,2)$ **C.** $\vec{n}(8\,;\,-12\,;\,-4)$ **D.** $\vec{n}(-6\,;\,9\,;\,2)$

3. On considère les deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Alors $\vec{u} \cdot \vec{v} =$

A. 5 **B.** $\sqrt{17}$ **C.** -5 **D.** 3

4. On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $x - 2y + z + 3 = 0$ et le plan $\mathcal{P}'$ d'équation cartésienne $2x - y + 3z + 4 = 0$. L'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ est :

A. vide

B. réduite au point $A\left(-\frac{5}{3}\,;\,\frac{2}{3}\,;\,0\right)$

C. égale à la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -\frac{5}{3} + 5t \\ y = \frac{2}{3} - t \\ z = -7t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

D. Aucune des trois réponses précédentes n'est exacte.

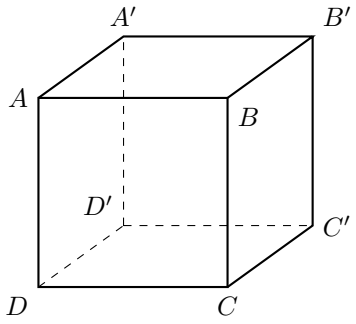
5. On considère les trois vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$. Alors :

A. ces trois vecteurs sont colinéaires deux à deux
B. ces trois vecteurs sont non coplanaires
C. ces trois vecteurs sont coplanaires
D. aucune des trois réponses précédentes n'est exacte

Exercice 2

2,5 points

On considère le cube $ABCDA'B'C'D'$ d'arête 1 représenté ci-contre.



6. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{C'B'} =$

A. 0 **B.** 1
C. -1 **D.** Aucune des trois réponses précédentes n'est exacte.

7. Soit I le milieu de $[A'B']$. Alors $\cos\left(\widehat{DIB}\right) =$

A. 0 **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Exercice 3

4 points

On considère les points $A(0\,;\,-5\,;\,0)$, $B(1\,;\,0\,;\,1)$, $C(-1\,;\,-7\,;\,0)$, la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -6a + 6 \\ y = 4a - 9 \\ z = 0 \end{cases}$ où $a \in \mathbb{R}$, et le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $3x - 2y - 10 = 0$.

8. Le point A :

A. appartient à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{P}$
B. appartient à $\mathcal{D}$ mais pas à $\mathcal{P}$
C. appartient à $\mathcal{P}$ mais pas à $\mathcal{D}$
D. n'appartient ni à $\mathcal{D}$ ni à $\mathcal{P}$

9. Le triangle ABC est :

A. rectangle en A
B. rectangle en B
C. rectangle en C
D. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

10. $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont :

A. parallèles
B. sécants non perpendiculaires
C. perpendiculaires
D. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

11. **(Bonus)** Les droites (AB) et $\mathcal{D}$ sont :

A. parallèles
B. sécantes non perpendiculaires
C. perpendiculaires
D. aucune des trois propositions ci-dessus n'est correcte

Exercice 4

7 points

12. On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2x - \dfrac{3}{x}$. Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

A. $y = 7(x-1)$ **B.** $y = x - 1$ **C.** $y = 7x + 7$ **D.** $y = x + 1$

13. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^x - x$.

A. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$

B. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

D. on ne peut pas déterminer la limite de f en $+\infty$

14. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;30]$ par $f(x) = x^3 - 39x^2 + 315x + 45$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative. On a alors :

A. f est convexe sur l'intervalle $[0\,;30]$

B. f est concave sur l'intervalle $[5\,;21]$

C. $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse 13

D. si f' désigne la fonction dérivée de f, alors f' est croissante sur $[0\,;5]$ et sur $[21\,;30]$

15. On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{3n}{n+2}$. On cherche la limite de v_n lorsque n tend vers $+\infty$.

A. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$ **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 3$ **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{3}{2}$ **D.** on ne peut pas la déterminer

16. On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n). On sait que, pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$, et de plus que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 3$. On peut alors affirmer que :

A. la suite (v_n) converge

B. si la suite (u_n) est croissante, alors la suite (v_n) est minorée par u_0

C. $1 \leqslant v_0 \leqslant 3$

D. la suite (v_n) diverge

17. **(Bonus)** On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n non nul, $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{n}$. On peut alors affirmer que :

A. (u_n) diverge **B.** (u_n) converge **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

18. **(Bonus)** On considère une suite réelle (u_n) telle que, pour tout entier naturel n, $n < u_n < n+1$. On peut alors affirmer que :

A. il existe un entier naturel N tel que u_N est un entier

B. la suite (u_n) est croissante

C. la suite (u_n) est convergente

D. la suite (u_n) n'a pas de limite