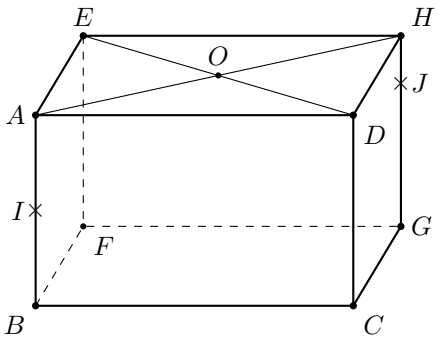
Calculatrice interdite

Exercice 1

4 points

On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ représenté ci-contre.
On note I le milieu de $[AB]$, O le centre de la face $ADHE$ et J le point défini par $\overrightarrow{HJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$.



1) Justifier que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$ est une base de l'espace.

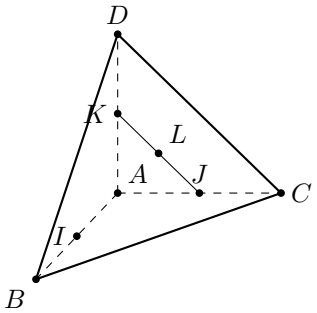
2) Placer le point K tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

3) Décomposer les vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ dans cette base.

Exercice 2

4 points

$ABCD$ est un tétraèdre.
I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[AC]$ et $[AD]$.
L est le milieu du segment $[JK]$.
On se place dans le repère $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right)$.



1) Donner les coordonnées des points B, C, D, I, J, K et L.

2) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IL}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$.

3) Les vecteurs $\overrightarrow{IL}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils coplanaires ?

Exercice 3

5,5 points

Soit $\left(O\,;\,\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ un repère orthonormé de l'espace. On considère les points $A(2\,;\,0\,;\,0)$, $B(0\,;\,2\,;\,0)$ et $C(0\,;\,0\,;\,3)$.

1) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) Soit d la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = -3r \\ y = 2 + r \\ z = 3r \end{cases}$ où $r \in \mathbb{R}$.

a. Le point A appartient-il à d ? Le point B appartient-il à d ?

b. Montrer que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.

c. En déduire la nature de l'intersection du plan (ABC) avec la droite d.

Exercice 4

6,5 points

Soit $\left(O\,;\,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ un repère orthonormé de l'espace. On considère les points $A(1\,;\,-1\,;\,3)$, $B(3\,;\,2\,;\,4)$, $E(-5\,;\,7\,;\,1)$ et $F(3\,;\,-15\,;\,3)$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par E et parallèle à (AB).

2) Justifier que (AF) et d ne sont pas parallèles.

3) Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (AF) est $\begin{cases} x = -k+1 \\ y = 7k-1 \\ z = 3 \end{cases}$ où $k \in \mathbb{R}$.

4) Déterminer les coordonnées du point d'intersection, s'il existe, des droites d et (AF).