Calculatrice autorisée

Exercice 1

6 points

Déterminer une primitive des fonctions suivantes sur l'intervalle I donné.

1) $f(x) = 5x + 1 + \dfrac{4}{x}$ et $I =]0\,;+\infty[$

2) $g(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x}} - x^3 + 6x^2$ et $I =]0\,;+\infty[$

3) $h(x) = 3x^2\left(x^3+2\right)^4$ et $I = \mathbb{R}$

4) $k(x) = x^2\mathrm{e}^{x^3-3}$ et $I = \mathbb{R}$

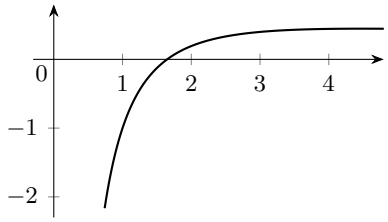
Exercice 2

8 points

Partie I

Le graphique ci-contre donne la représentation graphique, dans un repère orthonormé, de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}.$$



1) Déterminer par le calcul l'unique solution α de l'équation $f(x) = 0$. On donnera la valeur exacte de α ainsi que la valeur arrondie au centième.

2) Préciser, par lecture graphique, le signe de $f(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

Partie II

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x$.

1) **a.** Déterminer la limite de la fonction g en 0.

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.

2) On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
Démontrer que, pour tout nombre réel x de $]0\,;+\infty[$, on a $g'(x) = f(x)$, où f désigne la fonction définie dans la partie I.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

4) Démontrer que, pour tout nombre réel $m > -0{,}25$, l'équation $g(x) = m$ admet exactement deux solutions.

5) Déterminer par le calcul les deux solutions de l'équation $g(x) = 0$.

Exercice 3

6 points

Pour chaque question, entourer la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

1. $\ln 16 + 2\ln 3 - \ln 24$ est égal à :			
a) 0	**b)** $2\ln 3$	**c)** $\ln 6$	**d)** $\ln 5$
2. Les solutions de l'inéquation $\ln\left(3x^2 - x - 2\right) > \ln(6x + 4)$ sont :			
a) $[3\,;+\infty[$	**b)** $]-\infty\,;1[$	**c)** $]-\infty\,;1[\cup[3\,;+\infty[$	**d)** Aucune des trois réponses n'est exacte
3. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(4x^2 - 3\ln x\right) =$			
a) 0	**b)** $+\infty$	**c)** $-\infty$	**d)** Aucune des trois réponses n'est exacte
4. Soit $n \in \mathbb{N}$. $\left(\frac{7}{9}\right)^n \leqslant 10^{-6}$ si et seulement si :			
a) $n \geqslant 54$	**b)** $n \leqslant 54$	**c)** $n \geqslant 55$	**d)** $n \leqslant 55$
5. On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x\ln x - x$. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:			
a) $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$	**b)** $f'(x) = \ln x - 2$	**c)** $f'(x) = 1 - x$	**d)** $f'(x) = \ln x$
6. On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = \frac{x^3}{x^4+2}$. La fonction f peut être :			
a) $f(x) = \ln(x^4+2)$	**b)** $f(x) = 4\ln(x^4+2)$	**c)** $f(x) = \frac{\ln(x^4+2)}{4}$	**d)** $f(x) = \frac{\ln(x^4+2)}{3}$