*Calculatrice autorisée (mode examen)*
*Toutes les réponses doivent être justifiées et clairement rédigées.*

## Exercice 1

**7 points**

*Les questions 1) et 2) de cet exercice sont indépendantes.*

**1)** On considère les fonctions $u$ et $v$ définies par $u(x) = -2x^2 + 8x + 24$ et $v(x) = \sqrt{x}$.

- **a.** Déterminer l'ensemble de définition de $u$ et celui de $v$.
- **b.** Justifier l'ensemble de définition de $v \circ u$ puis déterminer l'expression de $f(x) = v \circ u(x)$.
- **c.** Déterminer l'ensemble de dérivabilité de $f$ puis calculer $f'(x)$.
- **d.** En déduire les variations de $f$ sur son ensemble de définition. On précisera les valeurs de ses éventuels extremums.

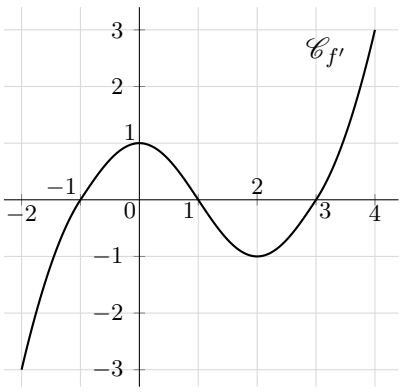
**2)** On considère la fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^{x^3-12x}$.

- **a.** Calculer $f'(x)$.
- **b.** En déduire les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$.

## Exercice 2

**3 points**

On considère une fonction $f$ définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-2\,;4]$. Ci-contre est tracée la courbe représentative de $\boldsymbol{f'}$, **dérivée de** $\boldsymbol{f}$.
Indiquer, **en justifiant soigneusement**, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.




**1)** $f$ est décroissante sur $[0\,;2]$.

**2)** $f$ est croissante sur $[-1\,;1]$.

**3)** $f$ admet un extremum local en $-1$.

**4)** $f$ est convexe sur $[2\,;4]$.

**5)** $f$ est concave sur $[1\,;3]$.

**6)** Le graphe de $f$ admet un unique point d'inflexion.

## Exercice 3

**5 points**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\mathrm{e}^{x-1} - x^2 - x$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

**1)** Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ pour tout réel $x$.

**2)** Étudier la convexité de la fonction $f$.

**3)** Montrer que $f$ admet un point d'inflexion $A$ et préciser les coordonnées de $A$.

**4)** Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en $A$.

**5)** Montrer alors que, pour tout $x \geqslant 1$, $\mathrm{e}^{x-1} \geqslant \dfrac{1}{2}\left(x^2+1\right)$.

## Exercice 4

**3,5 points**

On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x}}{x+1}$.

**1)** Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité de $f$.

**2)** Montrer, **en détaillant les calculs**, que $f'(x) = \dfrac{-3x+3}{2\sqrt{3x}\,(x+1)^2}$.

**3)** Dresser alors le tableau de variations de $f$ sur son ensemble de définition. On précisera ses éventuels extremums.

## Exercice 5

**1,5 point**

On considère deux fonctions $f$ et $g$ définies et deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$.
On suppose que $f$ et $g$ sont convexes sur $\mathbb{R}$ et que, de plus, $g$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

Montrer que la fonction $g \circ f$ est convexe.