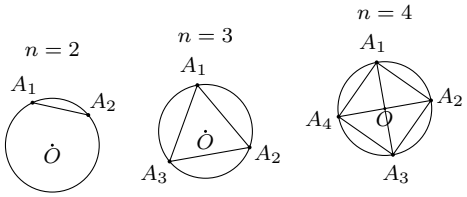
Calculatrice autorisée

Exercice 1

3 points

Ce QCM comprend 3 questions. Pour chacune des questions, une seule des trois réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes. Pour chaque question, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est attendue. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

	A	**B**	**C**
1. L'ensemble S des solutions de l'inéquation $-x^2-2x+8>0$ est :	$]-4\,;\,2[$	$]-\infty\,;\,-4[\cup]2\,;\,+\infty[$	$\{-4\,;\,2\}$
2. On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = 2-\dfrac{5\sqrt{n}}{n^2}$. On conjecture que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	2	$-\infty$	$+\infty$
3. On souhaite dénombrer les segments reliant deux à deux n points distincts placés sur un cercle. Pour $n \geqslant 2$, on note u_n le nombre de ces segments.  Une relation de récurrence entre u_{n+1} et u_n pour $n \geqslant 2$ est :	$u_{n+1} = u_n + 1$	$u_{n+1} = u_n + n$	$u_{n+1} = u_n + n + 1$

Exercice 2

5,5 points

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes, appelée « couleur-soin » ;
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparaît que $40\,\%$ des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur-soin », $30\,\%$ demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, $24\,\%$ des clients demandent une « couleur-soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard. On note C l'événement « le client souhaite une couleur-soin » et E l'événement « le client souhaite un effet coup de soleil ».

1) Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_{\overline{C}}(E)$.

2) Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».

3) Montrer que la probabilité de l'événement E est égale à $0{,}42$.

4) Les événements C et E sont-ils indépendants ?

Exercice 3

5,5 points

On considère les deux suites suivantes :

- la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{8n-4}{n+1}$;
- la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = 0{,}5\,v_n + 3{,}5$ pour tout entier naturel n.

1) Calculer les termes d'indice 3 des suites (u_n) et (v_n).

2) À l'aide de la calculatrice, déterminer le 100^{e} terme de chacune de ces suites.

3) Étudier les variations de la suite (u_n).

4) On considère l'affirmation suivante : « Pour tout entier naturel n, $u_n < v_n$. »

Camille pense que cette affirmation est vraie alors que Dominique pense le contraire. Pour les départager, on réalise le programme suivant, écrit en langage Python :

```
def algo():
    n = 0
    u = -4
    v = 0
    while u < v:
        n = n + 1
        u = (8*n - 4)/(n + 1)
        v = 0.5*v + 3.5
    return n
```

Le programme renvoie la valeur 11. Qui de Camille ou de Dominique a raison ? Expliquer.

Exercice 4

6 points

Une entreprise fabrique un produit « BETA ». La production mensuelle ne peut pas dépasser $15\,000$ articles. Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $]0\,;\,15]$ par :

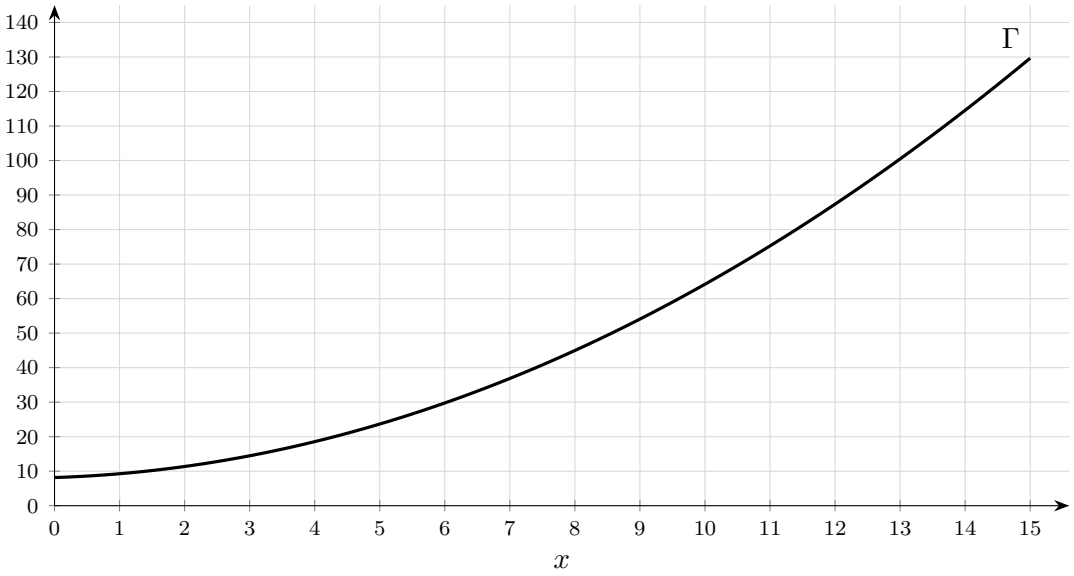
$$C(x) = 0{,}5x^2 + 0{,}6x + 8{,}16.$$

La représentation graphique Γ de la fonction coût total est donnée ci-dessous. On admet que chaque millier d'articles fabriqués est vendu au prix de $8\,000$ €.

1) Qu'est-ce qui est plus avantageux pour l'entreprise : fabriquer et vendre $4\,000$ articles ou fabriquer et vendre $12\,000$ articles ?

2) On désigne par $R(x)$ le montant, en milliers d'euros, de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles du produit « BETA ». On a donc $R(x) = 8x$.

a. Tracer dans le repère ci-dessous la droite D représentative de la fonction recette.



b. Par lecture graphique, déterminer :

- l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif ;
- la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

3) On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.

a. Montrer que $B(x) = -0{,}5x^2 + 7{,}4x - 8{,}16$ pour $x \in]0\,;\,15]$.

b. Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice positif.

c. Étudier les variations de la fonction B sur $]0\,;\,15]$. En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant, en euros, de ce bénéfice maximal ?