

Calculatrice autorisée

Exercice 1

6 points

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $] -5 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{4 - x^2}{2x + 10}$. Sa courbe représentative, notée $\mathcal{C}_g$, est tracée ci-dessous.

- 1) Par lecture graphique et sans justification, donner le tableau de variations de la fonction g .
- 2) Résoudre graphiquement $g(x) = 0$. Justifier par une phrase.

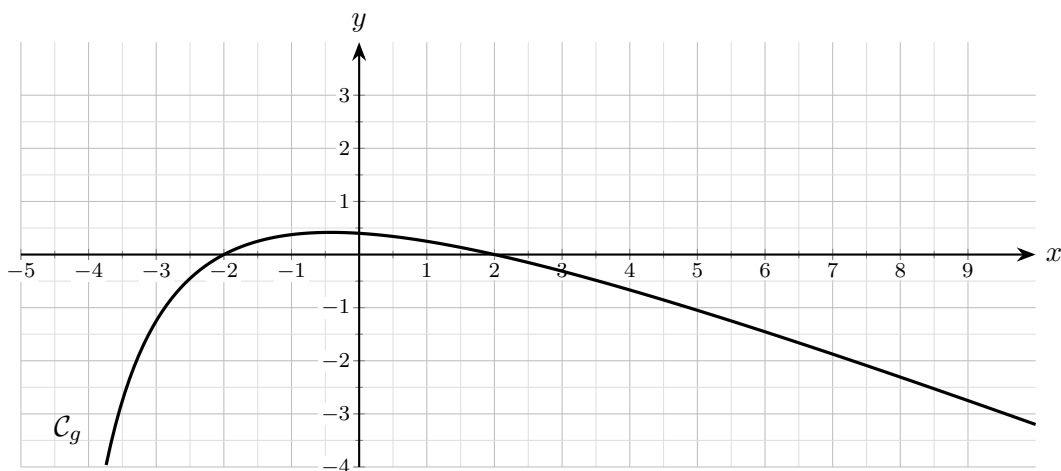
Partie B

Soit h la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ et telle que $h(3) = 0$ et $h(-1) = 2$.

- 1) Déterminer une expression de $h(x)$.
- 2) Quel est le sens de variation de la fonction h ? Justifier.
- 3) Tracer la courbe $\mathcal{C}_h$ représentative de la fonction h dans le repère ci-dessous (à reproduire sur la copie).

Partie C

- 1) Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $] -5 ; +\infty[$: $h(x) - g(x) = \frac{11 - 2x}{2x + 10}$.
- 2) Calculer les coordonnées des points d'intersection éventuels de la droite $\mathcal{C}_h$ avec la courbe $\mathcal{C}_g$.
- 3)
 - a. Étudier le signe de $\frac{11 - 2x}{2x + 10}$ sur l'intervalle $] -5 ; +\infty[$, à l'aide d'un tableau de signes.
 - b. En déduire l'ensemble S des solutions de l'inéquation $h(x) \geq g(x)$.



Exercice 2
5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points $D(-2; 4)$, $E(-1; 1)$ et $F(5; 4)$.

Remarque : une figure pourra être réalisée et complétée tout au long des questions, mais elle ne sera pas notée.

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{EF}$.
- 2) On considère les points R, S et T tels que :

$$\overrightarrow{DR} = 4\overrightarrow{DE}, \quad \overrightarrow{DS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DF} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{ET} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF}.$$

Déterminer les coordonnées des points R, S et T .

- 3) Montrer que les droites (ST) et (FR) sont parallèles. Justifier.
- 4) Calculer les coordonnées du point K , milieu de $[DR]$.
- 5) Montrer que les points S, T et K sont alignés. Justifier.

Exercice 3
3 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Pour tout réel x , on définit les deux vecteurs

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x-8 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ x+2 \end{pmatrix}.$$

- 1) Déterminer, en justifiant, les valeurs de x pour lesquelles $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
- 2) Établir que $\|\vec{u}\|^2 = x^2 - 16x + 80$.
- 3) Exprimer $\|\vec{v}\|^2$ en fonction de x .
- 4) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.

Exercice 4
2 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $(-2x + 4)^2 \geq (-2x + 4)(x - 1)$.

Exercice 5
4 points

Un magasin de location de scooters affiche les tarifs suivants :

- moins de 8 heures : 2 € l'heure et 1 € de frais de dossier;
- à partir de 8 heures : 1,5 € l'heure et 5 € de frais de dossier.

- 1) Calculer le prix à payer pour :
 - a. 5 heures de location;
 - b. 20 heures de location.

2) On note P la fonction qui, au nombre x d'heures de location, associe le prix à payer (en euros). Compléter les phrases suivantes :

- si $0 < x < 8$, alors $P(x) = \dots\dots$;
- si $x \geq 8$, alors $P(x) = \dots\dots$.

3) Dans le programme ci-dessous, écrit en langage Python, la fonction `prix` doit renvoyer le prix à payer pour x heures de location. Recopier et compléter les lignes 3 et 5 de ce programme.

```
1 def prix(x):
2     if x<8:
3         p=...
4     else:
5         p=...
6     return p
```

4) Dans cette question, on suppose qu'il n'est possible de louer un scooter que pour un nombre entier d'heures.

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Nombre d'heures de location	6	7	8	9	10	15	16	17
Prix (en euros)								

b. Étienne souhaite louer un scooter le plus longtemps possible, mais il ne dispose que de b euros. Pour chacune des valeurs de b ci-dessous, indiquer le nombre d'heures de location possible.

Pour $b = 15$; pour $b = 28$.

c. En utilisant la fonction `prix` de la question 3), recopier et compléter le programme ci-dessous afin que la fonction `scooter` renvoie le nombre maximal d'heures de location pour un budget de b euros.

```
8 def scooter(b):
9     x=0
10    while ..... :
11        x=x+1
12    return ...
```