

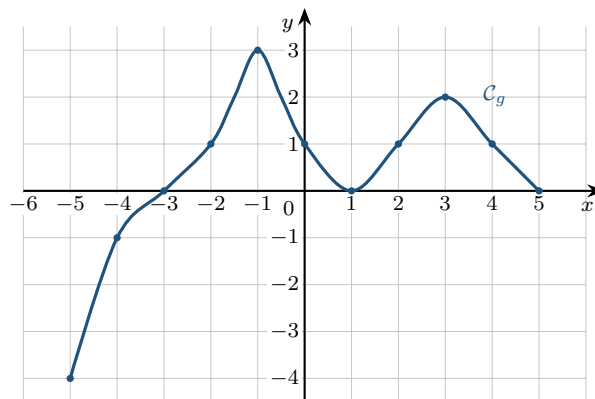
Calculatrice autorisée

Sauf mention contraire, toutes les réponses doivent être justifiées de manière rédigée.

Exercice 1

4 points

On considère la fonction g dont on donne la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ ci-dessous.



- 1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
- 2) Par lecture graphique, donner l'image de 2 par la fonction g .
- 3) Par lecture graphique, donner le ou les antécédents de 2 par la fonction g .
- 4) Le point $A(1; 4)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_g$? Justifier la réponse.
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 1$. On justifiera la réponse à l'aide d'une phrase du cours.
- 6) Déterminer l'ensemble des réels qui ont une image positive ou nulle par la fonction g . On note E cet ensemble.
- 7) Déterminer l'ensemble F des réels qui ont exactement 4 antécédents par la fonction g .

Exercice 2

4 points

- 1) Étudier la parité des fonctions suivantes en précisant les éventuelles symétries des courbes représentatives dans un repère orthonormé :
 - a. f définie sur $I = \mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x$;
 - b. g définie sur $I = [-5; 5]$ par $g(x) = x^2 + x + 1$;
 - c. h définie sur $I = [-4; 5]$ par $h(x) = 2x^3$.
- 2) Soit f une fonction impaire définie sur $I = \mathbb{R}$.
Étudier la parité de la fonction g définie sur $I = \mathbb{R}$ par $g(x) = (2x^2 + 1) \times f(x)$.

Exercice 3

5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. **Justifier soigneusement les réponses.**

Affirmation 1	$-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$
Affirmation 2	Pour tout nombre réel x , $(2x + 3)^2 - 4 = (2x + 1)(2x + 5)$.
Affirmation 3	On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 1)^2 - (2x - 3)(x - 1)$. $f(1 + \sqrt{5}) = -5 + \sqrt{5}$
Affirmation 4	Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O . Alors : $2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$

Exercice 4

4 points

Les questions sont indépendantes.

- 1) Une quantité augmente de 20 %, puis de 25 %, puis de 30 %. Calculer le taux d'évolution global.
- 2) Un article subit une augmentation de 20 %. Il subit ensuite une réduction de x %. Calculer x pour que l'article retrouve son prix initial. Arrondir au dixième.
- 3) Après une baisse de 15 %, suivie d'une baisse de t %, on obtient une baisse globale de 30 %. Calculer t . Arrondir au dixième.
- 4) Un article passe de 1 500 euros à 2 000 euros en deux ans. Calculer le taux d'évolution global du prix de cet article sur ces deux ans.

Exercice 5

3 points

On considère un triangle ABC et les points M , N et P tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

- 1) Faire une figure en plaçant les points M , N et P .
- 2) Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 3) Démontrer que $\overrightarrow{NP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. En déduire que N est le milieu de $[MP]$.