

Calculatrice autorisée

Exercice 1

3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est correcte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

	a.	b.	c.	d.
1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 1}{3x^2 + 2}$. Pour tout réel x , $f'(x)$ est égal à :	$\frac{3x^2}{6x}$	$\frac{3x^4 + 6x^2 - 6x}{3x^2 + 2}$	$\frac{3x^4 + 6x^2 - 6x}{(3x^2 + 2)^2}$	$\frac{3x^4 + 6x^2 + 6x}{(3x^2 + 2)^2}$
2) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (4x - 2)^2$. Le nombre dérivé de h en 1 est égal à :	-16	8	$8x$	16
3) Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = x^3\sqrt{x}$. Pour tout $x > 0$, $g'(x)$ est égal à :	$3x^2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$3x^2\sqrt{x} + \frac{x^3}{\sqrt{x}}$	$3x^2\sqrt{x} - \frac{x^3}{2\sqrt{x}}$	$\frac{7x^3}{2\sqrt{x}}$
4) Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$. La tangente à la courbe représentative de k au point d'abscisse 0 a pour équation :	$y = 5x - 1$	$y = -5x - 1$	$y = 5x + 1$	$y = -5x + 1$

Exercice 2

4 points

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au centième si nécessaire.

Le 1^{er} janvier 2019, Olivier veut déposer 5 000 euros sur un compte en banque. Il a le choix entre deux propositions.

- On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux fixe : chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait 110 € sur son compte épargne. On note U_n la somme sur le compte au 1^{er} janvier de l'année 2019 + n .
 - Donner les valeurs de U_0 et de U_1 .
 - Exprimer U_n en fonction de n .
 - Combien aura-t-il sur son compte le 1^{er} janvier 2040 ?
- On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux composés : chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait sur son compte épargne 2 % de la somme disponible sur le compte. On note V_n la somme sur le compte le 1^{er} janvier de l'année 2019 + n .

- a. Déterminer les valeurs de V_0 et de V_1 .
 - b. Exprimer V_n en fonction de n .
 - c. Combien aura-t-il sur son compte le 1^{er} janvier 2040 ?
- 3) En s'aidant de la calculatrice, discuter, en fonction du nombre d'années pendant lesquelles Olivier laisse l'argent sur son compte épargne, de la proposition la plus intéressante.
 - 4) Recopier et compléter les lignes 4, 5, 6 et 7 de la fonction suivante, qui permet de déterminer la réponse à la question 3) (n est le nombre d'années écoulées depuis 2019).

```

1 def calcul_somme_compte(n):
2     u = 5000
3     v = 5000
4     for i in range(...):
5         u = ...
6         v = ...
7     if ...:
8         print("La proposition 1 est plus intéressante.")
9     else:
10        print("La proposition 2 est plus intéressante.")

```

Exercice 3

3,5 points

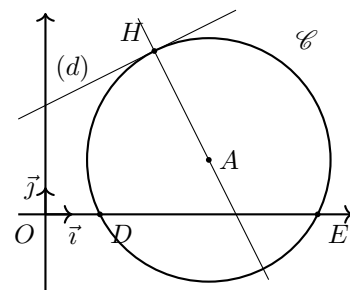
- 1) Dans chacun des cas suivants, on donne un cercle et une droite. Déterminer les coordonnées de leur(s) point(s) d'intersection quand ce ou ces points existent.
 - a. Le cercle d'équation $x^2 - 3x + y^2 + y - 16 = 0$ et la droite d'équation $y = -4$.
 - b. Le cercle de diamètre $[AB]$ avec $A(-8; 6)$ et $B(-4; -2)$, et la droite d'équation $x + 2y - 8 = 0$.
- 2) Déterminer et donner les éléments caractéristiques de l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que :
 - a. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$;
 - b. $x^2 + y^2 - 5x + y + 7 = 0$.

Exercice 4

4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère le point $A(6; 2)$ et la droite (d) d'équation $x - 2y + 8 = 0$.

- 1) Déterminer un vecteur directeur et un vecteur normal de (d) .
- 2) Déterminer une équation de la perpendiculaire à (d) passant par A .
- 3) Calculer les coordonnées du point H , projeté orthogonal de A sur (d) .
- 4) Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre A passant par H . (Lire graphiquement les coordonnées de H en cas d'échec à la question 3.)
- 5) Le cercle $\mathcal{C}$ passe-t-il par les points $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ et $N(2; 4)$?



- 6) Le cercle $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses en D et en E . Calculer les coordonnées des points D et E .

Exercice 5

2,5 points

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au centième si nécessaire.

Sofia se place au bord d'une rivière de 15 mètres de largeur et décide de s'entraîner à faire des ricochets. Elle lance un caillou qui parcourt 7 m avant de rebondir une première fois. La distance séparant deux ricochets est divisée par deux d'un ricochet à l'autre (après le 1^{er} ricochet, le caillou parcourt 3,5 m, puis 1,75 m...).

On note r_n la distance parcourue par le caillou après le n -ième ricochet, c'est-à-dire entre le n -ième et le $(n+1)$ -ième ricochet; ainsi r_0 est la distance parcourue avant le premier ricochet.

- 1) Donner les valeurs de r_0 , r_1 et r_2 . En déduire la nature de la suite (r_n) .
- 2) Donner une expression de r_n en fonction de n .
- 3) Donner la distance totale parcourue par le caillou jusqu'à son 8^e rebond.
- 4) Sofia peut-elle espérer que son caillou atteigne l'autre rive?

Exercice 6

3 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a , b , c et d sont quatre nombres réels. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 1) Donner l'expression de la fonction dérivée f' de f .
- 2) Le point $A(1; 1)$ appartient à $\mathcal{C}_f$. Montrer que cette affirmation est équivalente à l'égalité $a + b + c + d = 1$.
- 3) La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A a pour équation $y = -2x + 3$. Montrer que cette affirmation entraîne l'égalité $3a + 2b + c = -2$.
- 4) On sait que $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2. En déduire la valeur de d .
- 5) On sait enfin que $f'(0) = 5$. En déduire la valeur de c .
- 6) À l'aide des questions précédentes, donner l'expression de $f(x)$.