

Calculatrice autorisée

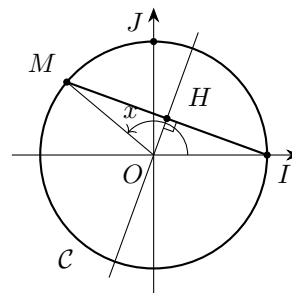
Exercice 1

5 points

Angle moitié. On considère le plan muni d'un repère ortho-normé $(O; I; J)$ et on note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique.

Soit un réel $x \in]0; \pi[$.

On note M le point du cercle $\mathcal{C}$ associé à x , et H le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OIM .



- 1)
 - a. Rappeler les coordonnées des points I et M .
 - b. En déduire la distance $IM = \sqrt{2} \times \sqrt{1 - \cos(x)}$.
- 2)
 - a. Quelle est la nature du triangle IMO ?
 - b. Justifier que $\widehat{HOM} = \frac{x}{2}$.
 - c. En déduire que $MH = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$. (On pourra s'intéresser au triangle MHO rectangle en H .)
- 3) En déduire l'expression de $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ en fonction de $\cos(x)$.
- 4) Montrer que $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}$.

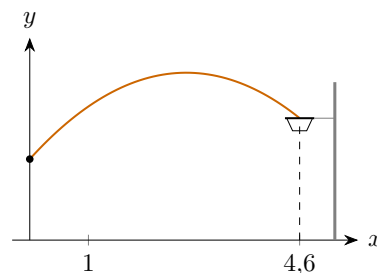
Exercice 2

5 points

Le joueur de basket. On modélise la trajectoire d'un ballon qui entre dans le panier lors d'un lancer franc au basket.

Cette trajectoire est un arc de parabole d'équation $y = -0,3x^2 + 1,6x + 2$.

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = -0,3x^2 + 1,6x + 2$, où x et $f(x)$ sont exprimés en mètres.



- 1) De quelle hauteur le ballon est-il lancé? On justifiera la réponse de manière algébrique.
- 2) Sachant que la ligne de lancer franc est à 4,6 m du pied du panier, quelle est la hauteur du panier?
- 3)
 - a. Déterminer la forme canonique de $f(x)$ (valeurs exactes attendues).
 - b. Quelle hauteur maximale le ballon atteint-il? Arrondir au centimètre près.

Exercice 3

5 points

QCM. Pour chacune des questions, indiquer la bonne réponse en justifiant votre réponse.

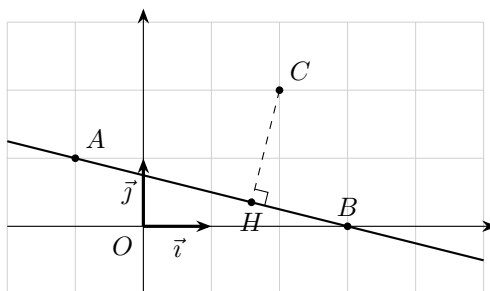
- 1) Pour tout réel x , $(\cos(x) - 1)(\cos(x) + 1) =$
 - a) $\cos(x)^2 - \sin(x)^2$
 - b) $-\sin(x)^2$
 - c) $\sin(x) \cos(x)$
- 2) Le nombre réel $\frac{3\pi}{4}$ est associé au même point du cercle trigonométrique que le réel :
 - a) $-\frac{11\pi}{4}$
 - b) $-\frac{33\pi}{4}$
 - c) $\frac{27\pi}{4}$
- 3) La parabole d'équation $y = 2x^2 + 7x - 4$ est en dessous de la droite d'équation $y = 3x + 2$ sur :
 - a) $[-3; 1]$
 - b) $] -\infty; -3] \cup [1; +\infty[$
 - c) $\left[-4; \frac{1}{2}\right]$
- 4) On considère un triangle ABC tel que $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 6$. Alors :
 - a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$
 - b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -18$
 - c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$
- 5) Soit un triangle ABC tel que $AB = 2$, $AC = 6$ et $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$. Alors :
 - a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$
 - b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\sqrt{3}$
 - c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 12$

Exercice 4

5 points

Produit scalaire. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1; 1)$, $B(3; 0)$ et $C(2; 2)$.

On cherche à déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point C sur la droite (AB) .



- 1) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 2) Calculer la longueur AB .
- 3)
 - a. En exprimant le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ d'une autre manière, montrer que $AH = \frac{11}{17} \times AB$.
 - b. En déduire que $\overrightarrow{AH} = \frac{11}{17} \overrightarrow{AB}$.
 - c. Conclure en donnant les coordonnées du point H .