

Calculatrice interdite

Première partie : Automatismes (QCM)

6 points

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez la lettre correspondant à votre réponse. Une bonne réponse rapporte 0,5 point, sauf pour les questions 9 et 10 qui rapportent 1 point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte aucun point.

Question 1

Soit x un réel non nul. À quelle expression est égal $\frac{1}{4} - \frac{2x+2}{x}$?

- A. $\frac{-9x+8}{4x}$ B. $-\frac{7x+8}{4x}$ C. $\frac{7x+8}{4x}$ D. $\frac{-7x+8}{4x}$

Question 2

On pose $F = a + \frac{b}{cd}$ avec $a = \frac{1}{3}$, $b = 6$, $c = -6$ et $d = -\frac{1}{6}$. La valeur de F est :

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{19}{3}$ D. -38

Question 3

L'ensemble S des solutions de l'équation $-9x^2 + 7x + 3 = 3$ est :

- A. $S = \left\{0; \frac{9}{7}\right\}$ B. $S = \left\{-\frac{7}{9}; 0\right\}$ C. $S = \left\{\frac{7}{9}\right\}$ D. $S = \left\{0; \frac{7}{9}\right\}$

Question 4

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x - 30)(-3x - 6)$ admet pour tableau de signes :

- A.

x	$-\infty$	-2	10	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	$\dot{0}$	$-$	$\dot{0}$	$+$
- B.

x	$-\infty$	-2	10	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$\dot{0}$	$+$	$\dot{0}$	$-$
- C.

x	$-\infty$	-10	-2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$\dot{0}$	$+$	$\dot{0}$	$-$
- D.

x	$-\infty$	-10	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$\dot{0}$	$+$	$\dot{0}$	$-$

Question 5

Ce matin, Ursule a ouvert une bouteille d'eau. Elle a bu $\frac{1}{5}$ de la bouteille. Puis, à midi, elle a bu $\frac{1}{4}$ du reste. Quelle fraction de la bouteille a-t-elle bue à midi ?

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{9}{20}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

Question 6

On considère le nombre $N = \frac{15^5}{5^3}$. On a :

- A. $N = 3^2$ B. $N = \frac{1}{15^2}$ C. $N = 27 \times 15^2$ D. $N = 45$

Question 7

Le prix d'un article a diminué de 27,5 %. Pour retrouver le prix avant la réduction, il faut multiplier son prix actuel par :

- A. $\frac{1}{1,275}$ B. $\frac{1}{0,725}$ C. 0,725 D. $\frac{1}{0,275}$

Question 8

Voici deux séries de valeurs : Série A : 3 ; 6 ; 7 Série B : 0,5 ; 9,5 ; 6.
Laquelle de ces propositions est vraie ?

- A. Les deux séries ont la même moyenne mais pas la même médiane.
B. Les deux séries n'ont ni la même moyenne, ni la même médiane.
C. Les deux séries ont la même médiane mais pas la même moyenne.
D. Les deux séries ont la même moyenne et la même médiane.

Question 9

Une réduction de 40 % suivie d'une augmentation de 50 % équivaut à :

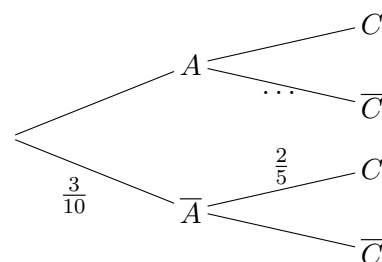
- A. une augmentation de 10 %; B. une réduction de 8 %;
C. une réduction de 12 %; D. une réduction de 10 %.

Question 10

On donne l'arbre de probabilités ci-contre.

On sait que $P(A \cap C) = \frac{7}{50}$.

Alors $P_A(\overline{C}) = \dots$



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

Deuxième partie

14 points

Exercice 1

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

En 2017, la consommation mondiale de pétrole était de 36 milliards de barils. Malgré les engagements internationaux pour limiter cette consommation, elle a continué d'augmenter, en moyenne de 1,8 % par an.

On note u_n la consommation mondiale de pétrole pour l'année $2017 + n$ ($n \in \mathbb{N}$), exprimée en milliards de barils, sous l'hypothèse qu'une augmentation annuelle de 1,8 % se poursuit. Ainsi $u_0 = 36$.

1. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_{n+1} en fonction de u_n .
2. En déduire la nature de la suite (u_n) . Préciser le premier terme et la raison de cette suite.
3. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n .
4.
 - a. Écrire le calcul permettant d'obtenir le 12^e terme de la suite (u_n) , en donner une valeur approchée au centième près, et écrire une phrase utilisant ce résultat dans le contexte de l'exercice. (**On pourra utiliser le tableau ci-dessous**, extrait d'une feuille automatisée de calcul, la colonne **B** donnant des valeurs approchées des premiers termes de la suite (u_n) .)
 - b. On note $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Écrire le calcul permettant de calculer S_{10} , en donner une valeur approchée au centième près, et écrire une phrase utilisant ce résultat dans le contexte de l'exercice. (**On pourra utiliser le tableau ci-dessous**, la colonne **C** donnant des valeurs approchées des premiers termes de la suite (S_n) .)
5. En 2017, on a évalué à 1 697 milliards de barils la quantité totale de pétrole restante (exploitée ou non). Un État européen envisage d'investir massivement dans les énergies renouvelables douze ans avant que la quantité totale de pétrole soit épuisée. En quelle année peut-on estimer que cet investissement doit débiter ?

A : n	B : u_n	C : S_n	A : n	B : u_n	C : S_n
0	36,0000	36,0000	19	50,5255	857,4955
1	36,6480	72,6480	20	51,4349	908,9304
2	37,3077	109,9557	21	52,3607	961,2912
3	37,9792	147,9349	22	53,3032	1014,5944
4	38,6628	186,5977	23	54,2627	1068,8571
5	39,3588	225,9565	24	55,2394	1124,0965
6	40,0672	266,0237	25	56,2337	1180,3303
7	40,7884	306,8121	26	57,2459	1237,5762
8	41,5226	348,3347	27	58,2764	1295,8526
9	42,2700	390,6047	28	59,3253	1355,1779
10	43,0309	433,6356	29	60,3932	1415,5711
11	43,8054	477,4411	30	61,4803	1477,0514
12	44,5939	522,0350	31	62,5869	1539,6383
13	45,3966	567,4316	32	63,7135	1603,3518
14	46,2138	613,6454	33	64,8603	1668,2122
15	47,0456	660,6910	34	66,0278	1734,2400
16	47,8924	708,5835	35	67,2163	1801,4563
17	48,7545	757,3380	36	68,4262	1869,8825
18	49,6321	806,9700			

Partie B (enquête de satisfaction)

En 2025, en France, 2 % des automobilistes ont un véhicule électrique. Une enquête sur la satisfaction des automobilistes a montré que 98 % des utilisateurs de véhicules électriques sont satisfaits, et que 60 % des utilisateurs de véhicules thermiques ne sont pas satisfaits (sources : BFM Business, Izi by EDF).

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les événements suivants :

- E : « l'automobiliste possède un véhicule électrique » ;
- S : « l'automobiliste est satisfait ».

1. Donner $P(E)$, $P_E(S)$ et $P_{\bar{E}}(\bar{S})$.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré en indiquant les probabilités associées à chaque branche.
3. Montrer que $P(S) = 0,4116$.
4. Sachant que l'automobiliste est satisfait, déterminer la probabilité qu'il ait un véhicule électrique.

Aide aux calculs :

$$\begin{aligned} 0,98 + 0,4 &= 1,38 \\ 0,98 \times 0,4 &= 0,392 \\ 0,2 \times 0,98 &= 0,196 \\ 0,02 \times 0,98 &= 0,0196 \\ \frac{0,0196}{0,4116} &\approx 0,048 \\ \frac{0,196}{0,4116} &\approx 0,48 \end{aligned}$$

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A : étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $[-4; 7]$ par $g(x) = 2x^3 + 12x^2 + 2$.

1. Déterminer $g'(x)$, puis en déduire le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $[-4; 7]$ (il n'est pas demandé de calculer les images).
2. Calculer $g(0)$, puis justifier que $g(x) > 0$ quel que soit x appartenant à $[-4; 7]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $] -4; 7]$ par $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x + 4}$; on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Montrer que, pour tout réel x de $] -4; 7]$, on a $f'(x) = \frac{g(x)}{(x + 4)^2}$.
2. Déterminer une équation de T_0 , tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
3. En utilisant les résultats de la partie A, construire le tableau de variations de la fonction f sur $] -4; 7]$ (il n'est pas demandé de calculer les images).
4. La courbe représentative de f admet-elle une tangente horizontale sur $] -4; 7]$? Justifier la réponse.