

Première partie – Automatismes

6 points

Chaque bonne réponse vaut 0,5 point; aucune justification n'est exigée.

N°	Réponse	Éléments de méthode
1	68 €	Coefficient multiplicateur $1 - 0,15 = 0,85 : 80 \times 0,85 = 68$.
2	+25 %	$\frac{150 - 120}{120} = \frac{30}{120} = 0,25$.
3	+21 %	$1,1 \times 1,1 = 1,21$: le prix est multiplié par 1,21 (et non par 1,2).
4	$S = \{-5; 3\}$	Produit nul : $x - 3 = 0$ ou $2x + 10 = 0$.
5	18	$u(1) = 8 \times 1,5 = 12$ puis $u(2) = 12 \times 1,5 = 18$ (ou $8 \times 1,5^2 = 8 \times 2,25$).
6	$2x^2 + 5x - 3$	$2x^2 + 6x - x - 3$.
7	-2	$\frac{-4 - 4}{3 - (-1)} = \frac{-8}{4} = -2$.
8	3	Le sommet est sur l'axe de symétrie, à mi-chemin des deux racines : $\frac{1+5}{2} = 3$.
9	$S = \{1; 3\}$	La courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 3.
10	8,5	Série rangée de 6 valeurs : la médiane est la moyenne de la 3 ^e et de la 4 ^e , $\frac{8+9}{2}$.
11	$G(2; 5)$	$\bar{x} = \frac{0+2+4}{3} = 2$ et $\bar{y} = \frac{3+5+7}{3} = 5$.
12	0,25	$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}$.

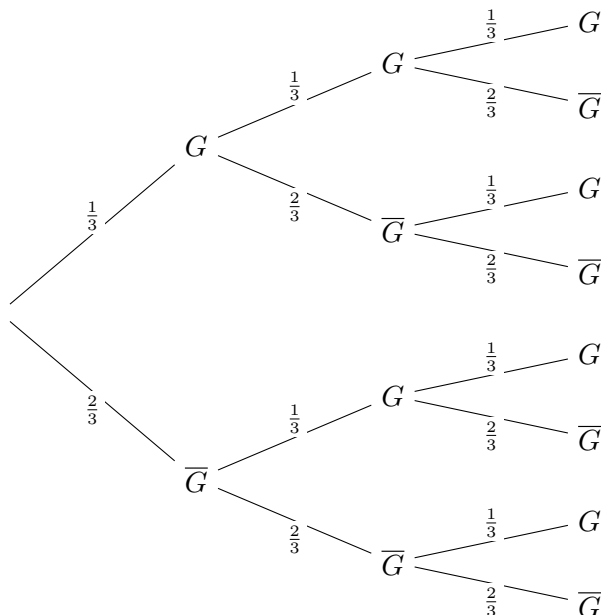
Exercice 1 – Pierre-feuille-ciseaux contre le robot

5 points

Barème indicatif, en points : 1) 0,5; 2) 1; 3) 1; 4) 1; 5) 0,5; 6) 1.

- 1) Le robot choisit l'un des trois signes de façon équiprobable : chaque signe a la probabilité $\frac{1}{3}$. Quel que soit le signe de Nino, un seul des trois signes du robot est battu par le sien (par exemple, si Nino joue la pierre, il gagne seulement si le robot joue les ciseaux). Donc $P(G) = \frac{1}{3}$, et $P(\overline{G}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

- 2) Les trois manches sont identiques et indépendantes : à chaque niveau, la branche G porte $\frac{1}{3}$ et la branche $\overline{G}$ porte $\frac{2}{3}$.



- 3) Nino gagne les trois manches sur le seul chemin $G \rightarrow G \rightarrow G$. On multiplie les probabilités le long du chemin :

$$P(GGG) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{27}}.$$

- 4) Trois chemins donnent exactement une manche gagnée : $G\overline{G}\overline{G}$, $\overline{G}G\overline{G}$ et $\overline{G}\overline{G}G$. Chacun a pour probabilité $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$. On additionne :

$$P(\text{exactement une manche gagnée}) = 3 \times \frac{4}{27} = \frac{12}{27} = \boxed{\frac{4}{9}}.$$

- 5) L'évènement contraire de « gagner au moins une manche » est « ne gagner aucune manche », c'est-à-dire le chemin $\overline{G}\overline{G}\overline{G}$, de probabilité $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$. Donc

$$P(\text{au moins une manche gagnée}) = 1 - \frac{8}{27} = \boxed{\frac{19}{27}}.$$

- 6) On compare $\frac{19}{27}$ et $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{2} = \frac{13,5}{27}$ et $19 > 13,5$, donc $\frac{19}{27} > \frac{1}{2}$.

Nino a raison : il a 19 chances sur 27, soit environ 7 chances sur 10, de gagner au moins une manche sur les trois, ce qui est bien plus d'une chance sur deux.

Exercice 2 – Le jet d'eau du bassin

4 points

Barème indicatif, en points : 1) 0,5; 2) 1; 3) 1; 4) 0,5; 5) 1.

1) $h(2) = -0,5 \times 4 + 3 \times 2 = -2 + 6 = \boxed{4}$ et $h(6) = -0,5 \times 36 + 3 \times 6 = -18 + 18 = \boxed{0}$.

2) On développe : $0,5x(6 - x) = 3x - 0,5x^2 = -0,5x^2 + 3x = h(x)$.

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $h(x) = 0 \iff 0,5x = 0$ ou $6 - x = 0 \iff x = 0$ ou $x = 6$. Les racines sont $\boxed{0}$ et $\boxed{6}$.

À 0 m, l'eau sort de la buse au niveau du bassin ; à 6 m de la buse, l'eau retombe dans le bassin : le jet a une portée de 6 mètres.

3) Les deux racines 0 et 6 sont symétriques par rapport à l'axe de la parabole : le sommet a pour abscisse le milieu $\frac{0+6}{2} = \boxed{3}$.

Hauteur maximale : $h(3) = -0,5 \times 9 + 3 \times 3 = -4,5 + 9 = \boxed{4,5}$.

Le jet d'eau atteint sa hauteur maximale, 4,50 m, à 3 m de la buse.

4) Le coefficient de x^2 est $-0,5 < 0$: la parabole est tournée vers le bas, h est croissante jusqu'au sommet puis décroissante.

x	0	3	6
$h(x)$	0	4,5	0

5) À 5 m de la buse : $h(5) = -0,5 \times 25 + 3 \times 5 = -12,5 + 15 = 2,5$.

À l'endroit de la statue, l'eau est à 2,50 m de hauteur, soit 50 cm au-dessus de la statue de 2 m : l'eau passe au-dessus de la statue.

Exercice 3 – Les panneaux solaires de la commune

5 points

Barème indicatif, en points : 1) 0,5 ; 2) 1 ; 3) 1 ; 4) 1 ; 5) 1 ; 6) 0,5.

1) $\frac{121 - 100}{100} = \frac{21}{100} = 0,21$: la production a augmenté de $\boxed{21\%}$ entre 2022 et 2024.

2) Soit t le taux annuel moyen et $c = 1 + t$ son coefficient multiplicateur : deux années au taux t équivalent à une multiplication par c^2 . Or la production a été multipliée par 1,21 et $1,1^2 = 1,21$ (tableau, $n = 2$). Donc $c = 1,1$ et $t = 0,1$: le taux d'évolution annuel moyen est bien de 10 %.

3) Augmenter de 10 %, c'est multiplier par 1,1 : pour tout entier naturel n , $p(n+1) = 1,1 \times p(n)$. La suite $(p(n))$ est **géométrique de raison 1,1** et de premier terme $p(0) = 121$. Donc $\boxed{p(n) = 121 \times 1,1^n}$.

4) $m(2) = 121 + 12 \times 2 = 121 + 24 = \boxed{145}$ et $p(2) = 121 \times 1,21 = \boxed{146,41}$.

En 2026, les deux modèles prévoient presque la même production, environ 145 MWh : ils sont indiscernables à court terme.

- 5) Le double de la production de 2024 est $2 \times 121 = 242$ MWh. On cherche le plus petit entier n tel que $p(n) > 242$, c'est-à-dire $121 \times 1,1^n > 242$, soit $1,1^n > 2$. D'après le tableau, $1,1^7 < 2$ (valeur 1,949) et $1,1^8 > 2$ (valeur 2,144) : le plus petit entier qui convient est $n = 8$.

Si la hausse de 10 % par an se poursuit, la production dépassera le double de celle de 2024 en $2024 + 8 = 2032$.

- 6) $m(8) = 121 + 12 \times 8 = 121 + 96 = \boxed{217}$.

D'après la question 5, $p(8) > 242$. Or $242 > 217 = m(8)$, donc $p(8) > m(8)$.

En 2032, c'est le modèle géométrique (hausse de 10 % par an) qui prévoit la production la plus forte : plus de 242 MWh contre 217 MWh pour le plan de la commune. Les deux modèles, presque égaux en 2026, s'écartent nettement au bout de quelques années.