

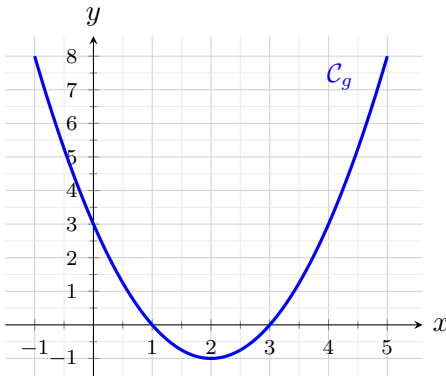
Devoir commun de mathématiques – Première, maths spécifiques (sans spécialité maths)

Durée : 2 heures Calculatrice interdite

Première partie – Automatismes

6 points

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, écrire le résultat dans la colonne « Réponse » (ou sur la copie, en indiquant le numéro de la question). Chaque question vaut 0,5 point.

N°	Énoncé	Réponse
1	Un manteau coûte 80 €. Son prix baisse de 15 %. Quel est son nouveau prix ?	
2	Le nombre d'abonnés d'une page passe de 120 à 150. Quel est le taux d'évolution, en pourcentage ?	
3	Un prix subit deux hausses successives de 10 %. Quel est le taux d'évolution global, en pourcentage ?	
4	Résoudre l'équation $(x - 3)(2x + 10) = 0$.	
5	$(u(n))$ est la suite géométrique de premier terme $u(0) = 8$ et de raison 1,5. Calculer $u(2)$.	
6	Développer et réduire $(2x - 1)(x + 3)$.	
7	Déterminer le coefficient directeur de la droite passant par les points $A(-1 ; 4)$ et $B(3 ; -4)$.	
8	La parabole d'équation $y = (x - 1)(x - 5)$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 5. Donner l'abscisse de son sommet.	
9	La courbe C_g ci-contre représente une fonction g définie sur $[-1 ; 5]$. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$. 	

N°	Énoncé	Réponse
10	Déterminer la médiane de la série : 2 ; 5 ; 8 ; 9 ; 12 ; 20.	
11	Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage formé des trois points $(0 ; 3)$, $(2 ; 5)$ et $(4 ; 7)$.	
12	A et B sont deux évènements tels que $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Calculer $P_B(A)$.	

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie comporte trois exercices indépendants, notés sur 14 points. Les réponses doivent être justifiées ; les questions qui demandent une interprétation appellent une réponse rédigée en phrases.

Exercice 1 – Pierre-feuille-ciseaux contre le robot

5 points

Dans un musée des sciences, un robot joue à pierre-feuille-ciseaux avec les visiteurs. À chaque manche, le robot choisit au hasard, de façon équiprobable, l'un des trois signes ; les choix du robot d'une manche à l'autre sont indépendants. On rappelle que la pierre bat les ciseaux, les ciseaux battent la feuille et la feuille bat la pierre ; si les deux joueurs montrent le même signe, la manche est nulle.

Nino joue trois manches contre le robot. Pour chaque manche, on note G l'évènement « Nino gagne la manche » et $\overline{G}$ l'évènement contraire (manche nulle ou perdue). Les probabilités sont données sous forme de fraction.

- Justifier que, quel que soit le signe choisi par Nino, la probabilité qu'il gagne une manche est $P(G) = \frac{1}{3}$.
- Représenter les trois manches par un arbre pondéré à trois niveaux.
- Calculer la probabilité que Nino gagne les trois manches.
- Calculer la probabilité que Nino gagne exactement une manche.
- En déduire la probabilité que Nino gagne au moins une manche.
- Nino affirme : « J'ai plus d'une chance sur deux de gagner au moins une manche sur les trois. » A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 2 – Le jet d'eau du bassin

4 points

Dans un parc, un jet d'eau part du bord d'un bassin. On note x la distance horizontale, en mètres, entre la buse et un point du jet, et $h(x)$ la hauteur de l'eau en ce point, en mètres. On admet que, pour x compris entre 0 et 6,

$$h(x) = -0,5x^2 + 3x.$$

- Calculer $h(2)$ et $h(6)$.
- Montrer que $h(x) = 0,5x(6 - x)$. En déduire les deux valeurs de x pour lesquelles $h(x) = 0$, puis interpréter la valeur non nulle dans le contexte.

- 3) En déduire l'abscisse du sommet de la parabole représentant h , puis la hauteur maximale atteinte par le jet d'eau.
- 4) Dresser le tableau de variations de h sur $[0; 6]$.
- 5) Une statue de 2 mètres de haut est posée dans le bassin, à 5 mètres de la buse. L'eau passe-t-elle au-dessus de la statue? Justifier par un calcul.

Exercice 3 – Les panneaux solaires de la commune

5 points

Une commune a installé des panneaux solaires sur les toits de ses bâtiments publics. L'électricité produite, en mégawattheures (MWh), était de 100 MWh en 2022 et de 121 MWh en 2024. On donne ci-dessous des valeurs de $1,1^n$:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1,1^n$	1	1,1	1,21	1,331	1,464	1,611	1,772	1,949	2,144	2,358	2,594

Valeurs exactes jusqu'à $n = 3$, arrondies au millièème ensuite.

- 1) Calculer le taux d'évolution de la production entre 2022 et 2024.
- 2) Montrer que le taux d'évolution annuel moyen entre 2022 et 2024 est de 10 %.
- 3) On suppose que la production augmente de 10 % par an à partir de 2024. Pour tout entier naturel n , on note $p(n)$ la production, en MWh, de l'année $2024 + n$; ainsi $p(0) = 121$. Quelle est la nature de la suite $(p(n))$? Préciser sa raison et exprimer $p(n)$ en fonction de n .
- 4) Le plan de la commune prévoyait, lui, une hausse de 12 MWh par an à partir de 2024 : la production de l'année $2024 + n$ serait $m(n) = 121 + 12n$. Calculer $m(2)$ et $p(2)$. Que constate-t-on?
- 5) À l'aide du tableau, déterminer en quelle année la production dépassera pour la première fois le double de celle de 2024, si elle continue d'augmenter de 10 % par an.
- 6) Calculer $m(8)$. En 2032, lequel des deux modèles prévoit la production la plus forte? Justifier sans calculer $p(8)$ exactement.