

Première partie – Automatismes

4 points

Chaque bonne réponse vaut 0,5 point; aucune justification n'est exigée.

N°	Réponse	Éléments de méthode
1	$\boxed{27} \text{ €}$	Coefficient multiplicateur $1 + 0,08 = 1,08 : 25 \times 1,08 = 27$.
2	$\boxed{-20 \%}$	$\frac{200 - 250}{250} = \frac{-50}{250} = -0,2$.
3	$\boxed{-20 \%}$	Le coefficient 1,25 a pour réciproque $\frac{1}{1,25} = 0,8$, soit une baisse de 20 %.
4	$\boxed{y = -3x + 2}$	Équation réduite $y = mx + p$ avec $m = -3$ et ordonnée à l'origine $p = 2$.
5	$\boxed{25 \%}$	Fréquence conditionnelle : $\frac{30}{120} = \frac{1}{4}$ (on rapporte aux 120 acheteurs d'un roman, pas aux 200 clients).
6	$\boxed{G(3; 5)}$	$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5}{3} = 3$ et $\bar{y} = \frac{2 + 6 + 7}{3} = 5$.
7	$\boxed{0,15}$	Sur un arbre, on multiplie le long du chemin : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,5$.
8	$\boxed{35}$	$u(n) = u(0) + n \times r : u(10) = 5 + 10 \times 3 = 35$.

Exercice 1 – Les lecteurs du journal régional

6 points

Barème indicatif, en points : 1) 1; 2) 0,5; 3) 1; 4) 1,5; 5) 1; 6) 1.

- 1) 40 ans ou plus : $400 - 240 = 160$ lecteurs; papier : $60 + 140 = 200$; les cases « Numérique » s'obtiennent par différence.

	Papier	Numérique	Total
Moins de 40 ans	60	180	240
40 ans ou plus	140	20	160
Total	200	200	400

- 2) Fréquence marginale des lecteurs sur papier : $\frac{200}{400} = 0,5 = \boxed{50 \%}$.

- 3) On se restreint aux 240 lecteurs de moins de 40 ans, dont 60 lisent sur papier : $\frac{60}{240} = \frac{1}{4} = \boxed{25 \%}$.

Un quart seulement des lecteurs de moins de 40 ans lisent sur papier, contre la moitié de l'ensemble des lecteurs : les jeunes lecteurs lisent beaucoup plus souvent en version numérique que les autres.

4) En situation d'équiprobabilité : $P(J) = \frac{240}{400} = \frac{3}{5}$; $P(P) = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$; $P(J \cap P) = \frac{60}{400} = \frac{3}{20}$.

5) On se restreint aux 200 lecteurs sur papier, dont 60 ont moins de 40 ans : $P_P(J) = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$.

C'est la probabilité que le lecteur ait moins de 40 ans sachant qu'il lit le journal sur papier : parmi les lecteurs sur papier, 3 sur 10 ont moins de 40 ans.

6) J et P sont indépendants si savoir que P est réalisé ne change pas la probabilité de J , c'est-à-dire si $P_P(J) = P(J)$. Or $P_P(J) = \frac{3}{10}$ et $P(J) = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$: ces probabilités sont différentes. Les évènements ne sont pas indépendants : lire sur papier est deux fois moins fréquent chez les moins de 40 ans que dans l'ensemble des lecteurs.

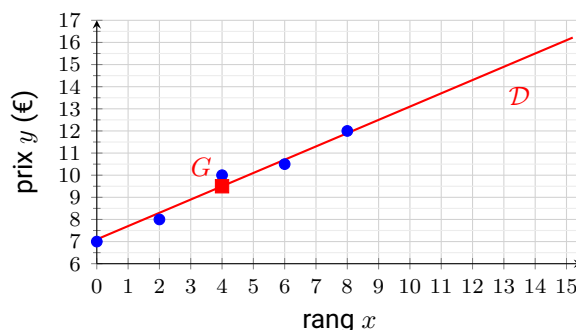
Exercice 2 — Le prix d'un menu de restauration rapide

5 points

Barème indicatif, en points : 1) 1; 2) 1; 3) 0,5; 4) 1; 5) 0,5; 6) 1.

1) $\bar{x} = \frac{0 + 2 + 4 + 6 + 8}{5} = \frac{20}{5} = 4$ et $\bar{y} = \frac{7 + 8 + 10 + 10,5 + 12}{5} = \frac{47,5}{5} = 9,5$. Donc $G(4; 9,5)$.

2) Pour $x = 4$: $0,6 \times 4 + 7,1 = 2,4 + 7,1 = 9,5 = \bar{y}$. La droite $\mathcal{D}$ passe bien par G . Pour la tracer, on utilise par exemple les points $(0; 7,1)$ et $(15; 16,1)$.



3) Le coefficient directeur 0,6 signifie que, selon ce modèle, le prix du menu augmente en moyenne de 0,60 € par an.

4) 2019 correspond au rang $x = 3$: $y = 0,6 \times 3 + 7,1 = 1,8 + 7,1 = \frac{8,9}{1}$. Le prix estimé pour 2019 est de 8,90 €. Le rang 3 est compris entre les rangs des données (0 à 8) : c'est une **interpolation**.

5) 2030 correspond au rang $x = 14$: $y = 0,6 \times 14 + 7,1 = 8,4 + 7,1 = \frac{15,5}{1}$. Le modèle prévoit un menu à 15,50 € en 2030 (extrapolation).

6) On résout $0,6x + 7,1 > 14$:

$$0,6x + 7,1 > 14 \iff 0,6x > 6,9 \iff x > \frac{6,9}{0,6} = 11,5.$$

Le premier rang entier qui convient est $x = 12$, qui correspond à l'année $2016 + 12 = 2028$.

Selon ce modèle, le prix du menu dépasserait 14 € à partir de 2028.

Exercice 3 – Le permis de conduire de Maëlle

5 points

Barème indicatif, en points : 1) 0,5; 2) 0,5; 3) 0,5; 4) 1; 5) 0,5; 6) 0,5; 7) 1; 8) 0,5.

Partie A – Les économies

1) $e(1) = 350 + 60 = \boxed{410}$ et $e(2) = 410 + 60 = \boxed{470}$.

2) Pour tout entier naturel n , $\boxed{e(n+1) = e(n) + 60}$. On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre 60 : la suite $(e(n))$ est **arithmétique de raison** 60 et de premier terme 350.

3) Pour une suite arithmétique, $e(n) = e(0) + n \times r$: $\boxed{e(n) = 350 + 60n}$.

4) On résout $e(n) \geq 1\,400$:

$$350 + 60n \geq 1\,400 \iff 60n \geq 1\,050 \iff n \geq \frac{1\,050}{60} = 17,5.$$

Le premier entier qui convient est $n = 18$.

Les économies de Maëlle atteindront son budget de 1 400 € au bout de 18 mois, c'est-à-dire le 1^{er} mars 2028 (et $e(18) = 350 + 1\,080 = 1\,430$ €).

Partie B – Le choix de l'auto-école

5) $c_A(10) = 1\,100 + 45 \times 10 = 1\,100 + 450 = \boxed{1\,550}$ et $c_B(10) = 900 + 55 \times 10 = 900 + 550 = \boxed{1\,450}$.

6) $c_B(h) = 55h + 900$ est de la forme $mh + p$ avec $m = 55$ et $p = 900$: c'est une **fonction affine**, de coefficient directeur 55.

Le coefficient directeur 55 est le prix d'une heure supplémentaire : chaque heure de plus augmente le coût total de 55 € chez Bêta.

7) On résout l'équation en isolant les termes en h d'un côté :

$$\begin{aligned} c_A(h) = c_B(h) &\iff 1\,100 + 45h = 900 + 55h \iff 1\,100 - 900 = 55h - 45h \\ &\iff 200 = 10h \iff h = 20. \end{aligned}$$

Donc $\boxed{h = 20}$.

Pour exactement 20 heures supplémentaires, les deux auto-écoles coûtent le même prix : $1\,100 + 45 \times 20 = 2\,000$ €. En dessous, Bêta est moins chère; au-delà, c'est Alpha.

8) $c_A(25) = 1\,100 + 45 \times 25 = 1\,100 + 1\,125 = 2\,225$ et $c_B(25) = 900 + 55 \times 25 = 900 + 1\,375 = 2\,275$.

Pour 25 heures supplémentaires, l'auto-école $\boxed{\text{Alpha}}$ revient moins cher à Maëlle, de 50 € (cohérent avec la question 7 : $25 > 20$).