

Question de cours

1 point

En utilisant la méthode de votre choix, démontrer la relation de Pascal : pour tout entier naturel $n \geq 2$ et tout entier k tel que $1 \leq k \leq n - 1$,

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

Exercice 1

4 points

Pour chacune des questions, sélectionner la ou les bonnes réponses, en **justifiant** votre choix.

- 1) Un sac contient 4 jetons jaunes numérotés de 1 à 4, 2 jetons rouges numérotés 1 et 2 et 3 jetons bleus numérotés de 1 à 3. L'expérience consiste à tirer au hasard et simultanément 3 jetons du sac.
 - a. Le nombre de possibilités de tirer 3 jetons de la même couleur est :
 (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 30
 - b. Le nombre de possibilités de tirer 3 jetons de couleurs différentes est :
 (a) $\frac{4!}{2! \times 3!}$ (b) $\binom{4}{2} + \binom{4}{3}$ (c) 9 (d) 24
- 2) On dispose d'un jeu de 32 cartes, composé entre autres de 8 cartes « pique » et de 4 as, dont l'as de pique.
 - a. On tire au hasard deux cartes successivement et sans remise. Le nombre de tirages différents est :
 (a) 63 (b) 496 (c) 992 (d) 1 024
 - b. On tire au hasard et simultanément deux cartes de ce jeu. Le nombre de tirages sans « as » ni « pique » est :
 (a) 190 (b) 210 (c) 420 (d) 441
- 3) On considère tous les entiers naturels de 5 chiffres que l'on peut écrire au moyen de 5 jetons numérotés de 1 à 5. Le nombre d'entiers que l'on peut former est :
 (a) $5!$ (b) 5^5 (c) $\binom{5}{5}$ (d) 120

Exercice 2

5 points

Dans un restaurant, on dispose d'une pile de 12 assiettes numérotées de 1 à 12, indiscernables au toucher. Les assiettes numérotées de 1 à 5 ont un décor avec un bleuet; les autres assiettes ont un décor avec une pivoine. On extrait simultanément quatre assiettes de la pile pour les disposer sur une table. On note E l'ensemble des issues possibles de cette expérience aléatoire.

- 1) Calculer le cardinal de E .
- 2) Calculer le cardinal des parties de E dans les cas suivants :
 - A : « les quatre assiettes ont un numéro pair »;

- B : « deux assiettes exactement ont un numéro pair »;
- C : « les quatre assiettes ont un décor avec une pivoine »;
- D : « une seule assiette a un décor avec un bleuet »;
- $F = A \cap C$ et $G = A \cup C$.

Exercice 3

1 point

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-5; 4]$ telle que $f(-5) = 0$ et $f(1) = 0$. On donne les tableaux de signes de la fonction dérivée f' de f et de la fonction f'' de f .

x	-5	-3	1	4	
$f'(x)$	-	0	+	0	-

x	-5	-1	4
$f''(x)$	+	0	-

Tracer, dans un repère orthogonal, une allure possible de la courbe représentative de f , ainsi que les tangentes horizontales.

Exercice 4

9 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 e^{-x+1}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ainsi que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 2) Déterminer $f'(x)$. En déduire les variations de la fonction f . Dresser le tableau de variations de f .
- 3) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.
- 4)
 - a. Calculer $f''(x)$. En déduire l'étude de la convexité de f .
 - b. Déterminer les éventuels points d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.