

Exercice 1 – Dix questions sur les suites (réponses courtes)

5 points

Chaque bonne réponse vaut 0,5 point; aucune justification n'était exigée.

N°	Réponse	Éléments de méthode
1	1,1	$1,1^2 = 1,21$, donc $1,21^{1/2} = 1,1$.
2	0,64	$0,8 \times 0,8 = 0,64$.
3	1 024	$2^{10} = 2^5 \times 2^5 = 32 \times 32 = 1\,024$.
4	20 %	Coefficient annuel moyen $1,44^{1/2} = 1,2$ (car $1,2^2 = 1,44$), soit +20 % par an.
5	405	$u(4) = 5 \times 3^4 = 5 \times 81 = 405$.
6	12,5	$v(3) = 100 \times 0,5^3 = 100 \times 0,125 = 12,5$.
7	croissante	Suite géométrique de raison $1,05 > 1$, à termes positifs.
8	3^6	$3^4 \times 3^2 = 3^{4+2}$.
9	1,04^3	Trois hausses de 4 % : $1,04 \times 1,04 \times 1,04$.
10	C_2	$0,7 < 1$: la fonction $x \mapsto 0,7^x$ est décroissante; les deux courbes passent par $(0; 1)$.

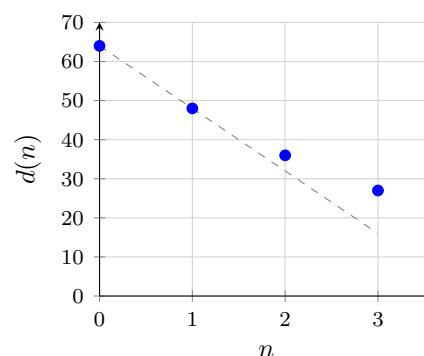
Exercice 2 – Trois suites à étudier

7 points

Barème indicatif, en points : 1) a. 0,5; b. 1; 2) a. 1; b. 1; 3) a. 1; b. 0,5; c. 2.

- 1) a. $\frac{a(1)}{a(0)} = \frac{6}{3} = 2$, $\frac{a(2)}{a(1)} = \frac{12}{6} = 2$, $\frac{a(3)}{a(2)} = \frac{24}{12} = 2$: chaque terme est le double du précédent.
La raison est .
- b. $a(n) = 3 \times 2^n$, donc $a(10) = 3 \times 2^{10} = 3 \times 1\,024 = \text{3 072}$.
- 2) a. $b(0) = 500 \times 1,1^0 = \text{500}$; $b(1) = 500 \times 1,1 = \text{550}$; $b(2) = 500 \times 1,1^2 = 500 \times 1,21 = \text{605}$.
- b. $b(n+1) = 500 \times 1,1^{n+1} = 500 \times 1,1^n \times 1,1$, donc $b(n+1) = 1,1 \times b(n)$. La suite est géométrique de raison $1,1 > 1$, à termes positifs : elle est **croissante**.
- 3) a. $d(1) = 0,75 \times 64 = \text{48}$; $d(2) = 0,75 \times 48 = \text{36}$; $d(3) = 0,75 \times 36 = \text{27}$.
- b. La suite est géométrique de raison 0,75 et de premier terme 64 : $d(n) = 64 \times 0,75^n$.

- c. On place $(0; 64)$, $(1; 48)$, $(2; 36)$, $(3; 27)$. Les points ne sont pas alignés : de l'un au suivant, l'ordonnée baisse de 16, puis de 12, puis de 9 (la baisse n'est pas constante). La suite n'est donc **pas arithmétique** : la décroissance n'est pas linéaire mais exponentielle, ce qui est cohérent avec une suite géométrique (on retire 25 % à chaque étape).



Exercice 3 — La rumeur au lycée

8 points

Barème indicatif, en points : 1) 1; 2) 1,5; 3) 1,5; 4) 1,5; 5) 1,5; 6) 1.

- Chacun des 3 élèves informe 2 nouveaux élèves : $r(1) = 3 \times 2 = \boxed{6}$. Puis chacun de ces 6 élèves en informe 2 : $r(2) = 6 \times 2 = \boxed{12}$.
- Chaque heure, le nombre de nouveaux élèves informés est multiplié par 2 : $r(n+1) = 2 \times r(n)$. La suite $(r(n))$ est **géométrique de raison 2** et de premier terme $r(0) = 3$.
- $r(n) = 3 \times 2^n$. Ainsi $r(5) = 3 \times 2^5 = 3 \times 32 = \boxed{96}$ et $r(8) = 3 \times 2^8 = 3 \times 256 = \boxed{768}$.
- On cherche le plus petit entier n tel que $3 \times 2^n > 1\,200$, c'est-à-dire $2^n > 400$. Or $2^8 = 256 < 400$ et $2^9 = 512 > 400$: c'est $n = 9$, et $r(9) = 3 \times 512 = 1\,536$.
Selon le modèle, à $8 + 9 = 17$ h, 1 536 élèves apprendraient la rumeur en une heure. C'est impossible : le lycée ne compte que 1 200 élèves, et ceux qui connaissent déjà la rumeur ne peuvent pas l'« apprendre » une seconde fois.
- $r(20) = 3 \times 2^{20} = 3 \times (2^{10})^2 = 3 \times 1\,024^2$. Comme 1 024 vaut environ 1 000, 2^{20} vaut environ $1\,000 \times 1\,000 = 1\,000\,000$, et $r(20)$ est de l'ordre de 3 millions (valeur exacte : 3 145 728).
Trois millions de personnes en une heure, c'est six fois la population d'une grande ville : le modèle de doublement toutes les heures ne peut pas rester valable longtemps, il ne décrit que le tout début de la propagation.
- Par exemple : au bout de quelques heures, la plupart des élèves rencontrés connaissent déjà la rumeur, donc chacun trouve de moins en moins de personnes à informer; ou encore, les cours, la nuit et le week-end interrompent les échanges. (Toute raison cohérente est acceptée.)