

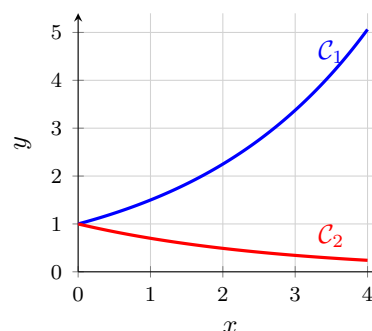
Calculatrice interdite

Exercice 1 – Dix questions sur les suites (réponses courtes)

5 points

Pour chaque question à réponse courte, aucune justification n'est demandée : écrire seulement le résultat sur la copie, en indiquant le numéro de la question. Chaque réponse vaut 0,5 point.

- 1) Calculer $1,21^{1/2}$.
- 2) Calculer $0,8^2$.
- 3) Calculer 2^{10} .
- 4) Une grandeur a été multipliée par 1,44 en deux ans. Quel est son taux d'évolution annuel moyen ?
- 5) La suite $(u(n))$ est géométrique de premier terme $u(0) = 5$ et de raison 3. Calculer $u(4)$.
- 6) La suite $(v(n))$ est définie par $v(n) = 100 \times 0,5^n$. Calculer $v(3)$.
- 7) La suite $(w(n))$ définie par $w(n) = 2 \times 1,05^n$ est-elle croissante ou décroissante ?
- 8) Écrire $3^4 \times 3^2$ sous la forme d'une seule puissance de 3.
- 9) Une population augmente de 4 % par an. Par quel nombre est-elle multipliée en trois ans ? (On donnera la réponse sous forme d'une puissance.)
- 10) Parmi les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ ci-contre, laquelle représente la fonction $x \mapsto 0,7^x$?



Exercice 2 – Trois suites à étudier

7 points

- 1) Les premiers termes d'une suite $(a(n))$ sont : $a(0) = 3, a(1) = 6, a(2) = 12, a(3) = 24$.
 - a. Cette suite semble géométrique. Quelle est sa raison ?
 - b. En admettant que la suite est géométrique, exprimer $a(n)$ en fonction de n et calculer $a(10)$.
- 2) La suite $(b(n))$ est définie pour tout entier naturel n par $b(n) = 500 \times 1,1^n$.
 - a. Calculer $b(0), b(1)$ et $b(2)$.
 - b. Exprimer $b(n+1)$ en fonction de $b(n)$. Quel est le sens de variation de la suite $(b(n))$?
- 3) La suite $(d(n))$ est définie par $d(0) = 64$ et, pour tout entier naturel $n, d(n+1) = 0,75 \times d(n)$.
 - a. Calculer $d(1), d(2)$ et $d(3)$.
 - b. Exprimer $d(n)$ en fonction de n .
 - c. Dans un repère (unités : 1 cm pour 1 en abscisse, 1 cm pour 10 en ordonnée), placer les points de coordonnées $(n; d(n))$ pour n allant de 0 à 3. Les points sont-ils alignés ? Qu'en déduit-on sur la nature de la suite ?

Exercice 3 – La rumeur au lycée**8 points**

Un lundi à 8 h, trois élèves d'un lycée de 1 200 élèves apprennent une rumeur. On suppose que, chaque heure, **chaque élève qui vient d'apprendre la rumeur la raconte à deux élèves qui ne la connaissent pas**. Pour tout entier naturel n , on note $r(n)$ le nombre d'élèves qui apprennent la rumeur n heures après 8 h. Ainsi $r(0) = 3$ et, par exemple, $r(1)$ est le nombre d'élèves qui l'apprennent à 9 h.

- 1) Calculer $r(1)$ et $r(2)$.
- 2) Exprimer $r(n+1)$ en fonction de $r(n)$. En déduire la nature de la suite $(r(n))$ et préciser sa raison.
- 3) Exprimer $r(n)$ en fonction de n , puis calculer $r(5)$ et $r(8)$.
- 4) On donne : $2^8 = 256$ et $2^9 = 512$. À partir de quelle heure, selon ce modèle, le nombre d'élèves qui apprennent la rumeur en une heure (on ne compte que les nouveaux informés de l'heure) dépasserait-il 1 200 ? Pourquoi est-ce impossible dans la réalité ?
- 5) On rappelle que $2^{10} = 1\,024$, soit environ 1 000. Donner un ordre de grandeur de $r(20)$. Comparer ce nombre à la population d'une grande ville (environ 500 000 habitants) et expliquer en une phrase ce que cela montre sur le modèle.
- 6) Citer une raison concrète pour laquelle, dans un vrai lycée, la propagation de la rumeur ralentit au bout de quelques heures.