

Exercice 1 – Le livret d'épargne d'Ilan

8 points

Barème indicatif, en points : 1) 1; 2) 1; 3) 1,5; 4) 1,5; 5) 1; 6) 1; 7) 1.

- 1) Augmenter de 2,5 % revient à multiplier par $1 + \frac{2,5}{100} = 1,025$.

$$c(1) = 1\,500 \times 1,025 = \boxed{1\,537,50} \quad c(2) = 1\,537,50 \times 1,025 = 1\,575,9375 \approx \boxed{1\,575,94} \text{ (en euros).}$$

- 2) Chaque capital s'obtient en multipliant le précédent par 1,025 : la formule est $\boxed{=B2*1,025}$. Recopiée vers le bas, elle devient $=B3*1,025$ en B4, $=B4*1,025$ en B5, etc.

- 3) Pour tout entier naturel n , $\boxed{c(n+1) = 1,025 \times c(n)}$. On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre 1,025 : la suite $(c(n))$ est **géométrique de raison** 1,025 et de premier terme $c(0) = 1\,500$.

- 4) Pour une suite géométrique, $c(n) = c(0) \times q^n$: $\boxed{c(n) = 1\,500 \times 1,025^n}$.

À la calculatrice, $c(10) = 1\,500 \times 1,025^{10} \approx 1\,500 \times 1,28008 \approx \boxed{1\,920,13}$ €, ce qui est bien la valeur de la cellule B12.

- 5) Dans la colonne B, la première valeur supérieure ou égale à 2 000 est 2 017,33, sur la ligne où $n = 12$ (pour $n = 11$, le capital n'est que de 1 968,13 €).

Ilan disposera d'au moins 2 000 € à partir du 1^{er} janvier 2026 + 12 = 2038.

- 6) $1\,500 \times 1,025^{0,5} \approx 1\,500 \times 1,01242 \approx \boxed{1\,518,63}$ €.

Au bout de six mois, le capital vaut environ 1 518,63 € : il a gagné un peu moins que la moitié des 37,50 € d'intérêts de la première année.

- 7) $1,025^{1/12} \approx \boxed{1,0021}$ (plus précisément 1,002 06). Un taux mensuel t appliqué douze fois multiplie le capital par $(1+t)^{12}$; pour retrouver 1,025, il faut $1+t = 1,025^{1/12} \approx 1,002\,06$, soit $t \approx 0,002\,06$.

Le taux mensuel équivalent est d'environ 0,21 % par mois.

Exercice 2 – Fonctions exponentielles à la calculatrice

6 points

Barème indicatif, en points : 1) 1,5; 2) 1; 3) 1; 4) 1; 5) 1,5.

- 1) $f(2) = 1,08^2 = 1,1664 \approx \boxed{1,166}$; $f(0,5) = 1,08^{0,5} \approx \boxed{1,039}$; $f(10) = 1,08^{10} \approx \boxed{2,159}$.

- 2) La base 1,08 est supérieure à 1 : la fonction $f : x \mapsto 1,08^x$ est **croissante** sur $[0; +\infty[$ (comme une suite géométrique de raison 1,08). La base 0,95 est comprise entre 0 et 1 : la fonction $g : x \mapsto 0,95^x$ est **décroissante** sur $[0; +\infty[$.

- 3) $1,69^{1/2} = \boxed{1,3}$ (en effet $1,3^2 = 1,69$). Si le loyer avait augmenté du même taux t chaque année, il aurait été multiplié par $(1+t)^2 = 1,69$, donc $1+t = 1,3$.

Le taux d'évolution annuel moyen du loyer est de 30 %.

- 4) Une hausse de 50 % correspond au coefficient 1,5. Le coefficient annuel moyen est $1,5^{1/5} \approx 1,0845$.

Le nombre d'adhérents a augmenté en moyenne d'environ 8,4 % par an.

- 5) On entre $Y = 1,08^X$ dans la calculatrice et on lit la table :

n	$1,08^n$
9	1,999
10	2,159

Pour $n = 9$, $1,08^9 \approx 1,999 < 2$; pour $n = 10$, $1,08^{10} \approx 2,159 \geq 2$. Comme la suite des $1,08^n$ est croissante, le plus petit entier qui convient est $n = 10$.

Exercice 3 — La population de Valnoé

6 points

Barème indicatif, en points : 1) 1; 2) 1; 3) a. 1; b. 1; 4) 1; 5) 1.

1) $t = \frac{15\,680 - 12\,000}{12\,000} = \frac{3\,680}{12\,000} \approx 0,3067$.

La population a augmenté d'environ 30,7 % entre 2010 et 2024.

- 2) Entre 2010 et 2024, il y a 14 évolutions annuelles. Le coefficient multiplicateur global est $\frac{15\,680}{12\,000} \approx 1,3067$. Le coefficient annuel moyen est donc

$$1,3067^{1/14} \approx 1,0193,$$

ce qui correspond à un taux d'évolution annuel moyen d'environ 1,93 % $\approx 1,9\%$.

- 3) a. Chaque année, la population est multipliée par 1,019 : $p(n) = 15\,680 \times 1,019^n$ (suite géométrique de raison 1,019).

b. $2030 = 2024 + 6 : p(6) = 15\,680 \times 1,019^6 \approx 17\,554,6$.

Selon ce modèle, Valnoé compterait environ 17 555 habitants en 2030.

- 4) On cherche le plus petit entier n tel que $15\,680 \times 1,019^n > 20\,000$. Avec la table de la calculatrice : $p(12) \approx 19\,653 < 20\,000$ et $p(13) \approx 20\,027 > 20\,000$.

La population dépasserait 20 000 habitants en $2024 + 13 = 2037$.

- 5) Doubler la population de 2010, c'est atteindre 24 000 habitants. Avec la table : $p(22) \approx 23\,723 < 24\,000$ et $p(23) \approx 24\,174 > 24\,000$. Le doublement aurait lieu en $2024 + 23 = 2047$.

L'affirmation du maire est cohérente avec le modèle : le doublement se produirait en 2047, avant 2050. Elle suppose toutefois que la croissance de 1,9 % par an dure plus de vingt ans.