

Calculatrice autorisée (mode examen)

Sauf indication contraire, les montants en euros sont arrondis au centime et les taux en pourcentage à 0,1 % près.

Exercice 1 – Le livret d'épargne d'Ilan

8 points

Le 1^{er} janvier 2026, Ilan dépose 1 500 € sur un livret d'épargne rémunéré à 2,5 % par an : le 1^{er} janvier de chaque année, la banque ajoute au capital 2,5 % du capital de l'année précédente (on parle d'intérêts composés). Ilan ne fait aucun autre dépôt ni retrait.

Pour tout entier naturel n , on note $c(n)$ le capital, en euros, disponible le 1^{er} janvier de l'année 2026 + n . Ainsi $c(0) = 1\,500$. Ilan suit son capital dans une feuille de tableur, dont un extrait est reproduit ci-contre (valeurs arrondies au centime).

	A	B
1	n	Capital (€)
2	0	1 500,00
3	1	1 537,50
4	2	1 575,94
5	3	1 615,34
6	4	1 655,72
7	5	1 697,11
8	6	1 739,54
9	7	1 783,03
10	8	1 827,60
11	9	1 873,29
12	10	1 920,13
13	11	1 968,13
14	12	2 017,33
15	13	2 067,77

- 1) Vérifier par un calcul la valeur de $c(1)$, puis calculer $c(2)$.
- 2) Quelle formule, saisie dans la cellule B3 puis recopiée vers le bas, permet d'obtenir la colonne B ?
- 3) Exprimer $c(n+1)$ en fonction de $c(n)$. En déduire la nature de la suite $(c(n))$ et préciser sa raison.
- 4) Exprimer $c(n)$ en fonction de n , puis retrouver par le calcul la valeur de $c(10)$ lue dans le tableur.
- 5) Ilan souhaite disposer d'au moins 2 000 €. À l'aide du tableur, déterminer à partir de quelle année ce sera le cas. Répondre par une phrase.
- 6) On admet que, x années après le dépôt (avec x réel positif, pas forcément entier), le capital vaut $1\,500 \times 1,025^x$. Calculer le capital au bout de six mois, c'est-à-dire pour $x = 0,5$.
- 7) Calculer $1,025^{1/12}$, arrondi à 10^{-4} . En déduire le taux d'évolution mensuel qui, appliqué douze fois de suite, équivaut au taux annuel de 2,5 % (arrondir à 0,01 %).

Exercice 2 – Fonctions exponentielles à la calculatrice

6 points

- 1) On considère la fonction f définie pour tout réel $x \geq 0$ par $f(x) = 1,08^x$. Calculer $f(2)$, $f(0,5)$ et $f(10)$, arrondis au millièème.
- 2) Donner le sens de variation de f , puis celui de la fonction g définie pour $x \geq 0$ par $g(x) = 0,95^x$. Justifier.
- 3) Le loyer d'un appartement a été multiplié par 1,69 en deux ans. Calculer $1,69^{1/2}$ et en déduire le taux d'évolution annuel moyen du loyer.

- 4) Le nombre d'adhérents d'une association a augmenté de 50 % en cinq ans. Calculer le taux d'évolution annuel moyen, arrondi à 0,1 %.
- 5) À l'aide de la table de valeurs de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $1,08^n \geq 2$. Recopier les deux lignes de la table qui permettent de conclure.

Exercice 3 — La population de Valnoé

6 points

La commune de Valnoé comptait 12 000 habitants au recensement de 2010 et 15 680 habitants à celui de 2024.

- 1) Calculer le taux d'évolution de la population entre 2010 et 2024.
- 2) Montrer que le taux d'évolution annuel moyen sur cette période est d'environ 1,9 %.
- 3) On suppose que la population continue d'augmenter de 1,9 % par an après 2024. Pour tout entier naturel n , on note $p(n)$ la population estimée de Valnoé en $2024 + n$.
 - a. Exprimer $p(n)$ en fonction de n .
 - b. Estimer la population de Valnoé en 2030 (arrondir à l'habitant).
- 4) Selon ce modèle, en quelle année la population de Valnoé dépassera-t-elle 20 000 habitants ? Expliquer la démarche.
- 5) Le maire affirme : « Avec cette croissance, nous aurons doublé la population de 2010 avant 2050. » Est-ce cohérent avec le modèle ? Justifier par un calcul.