

Calculatrice interdite

## Exercice 1 – Puissances et suites géométriques

6 points

- 1) Calculer  $1,5^2$ ,  $2^5$  et  $0,5^3$ .
- 2) Écrire sous la forme d'une seule puissance :  $3^2 \times 3^4$ ;  $(2^3)^2$ ;  $\frac{1,2^5}{1,2^3}$ .
- 3) La suite  $(v(n))$  est géométrique de premier terme  $v(0) = 40$  et de raison 1,5.
  - a. Calculer  $v(1)$ ,  $v(2)$  et  $v(3)$ .
  - b. Exprimer  $v(n)$  en fonction de  $n$ .
  - c. Quel est le sens de variation de la suite  $(v(n))$ ? Justifier.
- 4) La suite  $(w(n))$  est définie par  $w(0) = 4\,000$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $w(n+1) = 0,8 \times w(n)$ .
  - a. Calculer  $w(1)$  et  $w(2)$ .
  - b. Quelle est la nature de la suite  $(w(n))$ ? Préciser sa raison et son sens de variation.

## Exercice 2 – Un épisode de pollution aux particules fines

10 points

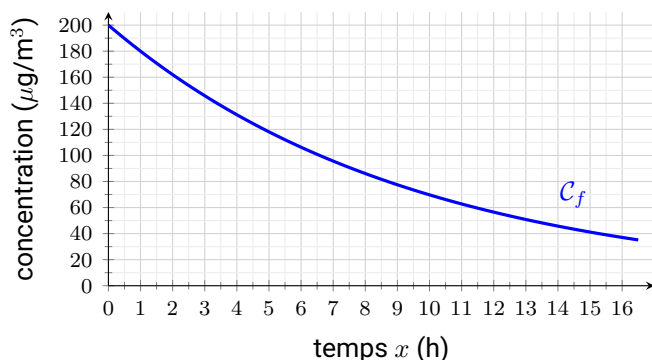
Lors d'un épisode de pollution, la concentration de particules fines dans l'air d'une ville atteint 200 microgrammes par mètre cube ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ) à 8 h. Le vent se lève alors : on admet qu'ensuite, **chaque heure, la concentration de particules fines baisse de 10 %**. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u(n)$  la concentration, en  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ,  $n$  heures après 8 h. Ainsi  $u(0) = 200$ .

### Partie A – Un modèle heure par heure

- 1) Calculer  $u(1)$  et  $u(2)$ .
- 2) Exprimer  $u(n+1)$  en fonction de  $u(n)$ . En déduire la nature de la suite  $(u(n))$  et préciser sa raison.
- 3) Exprimer  $u(n)$  en fonction de  $n$ , puis calculer  $u(3)$ .
- 4) Quel est le sens de variation de la suite  $(u(n))$ ? Interpréter dans le contexte.

### Partie B – Un modèle à tout instant

On admet que la concentration  $x$  heures après 8 h, pour tout réel  $x \geq 0$  (et plus seulement pour des heures entières), est donnée par la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 200 \times 0,9^x$ . La courbe de  $f$  est tracée ci-dessous, à gauche; à droite, un extrait de tableur donne les valeurs de  $0,9^n$  et de  $u(n)$  (arrondies).



| $n$ | $0,9^n$ | $u(n)$ | $n$ | $0,9^n$ | $u(n)$ |
|-----|---------|--------|-----|---------|--------|
| 0   | 1       | 200    | 9   | 0,387   | 77,5   |
| 1   | 0,9     | 180    | 10  | 0,349   | 69,7   |
| 2   | 0,81    | 162    | 11  | 0,314   | 62,8   |
| 3   | 0,729   | 145,8  | 12  | 0,282   | 56,5   |
| 4   | 0,656   | 131,2  | 13  | 0,254   | 50,8   |
| 5   | 0,590   | 118,1  | 14  | 0,229   | 45,8   |
| 6   | 0,531   | 106,3  | 15  | 0,206   | 41,2   |
| 7   | 0,478   | 95,7   | 16  | 0,185   | 37,1   |
| 8   | 0,430   | 86,1   |     |         |        |

- 5) Par lecture graphique, à quelle heure (à la demi-heure près) la concentration passe-t-elle sous  $100 \mu\text{g}/\text{m}^3$  ? Laisser les traits de lecture apparents.
- 6) Tant que la concentration dépasse le seuil d'information de  $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , la préfecture diffuse un message d'information à la population. À l'aide du tableau, déterminer au bout de combien d'heures entières la concentration passe sous ce seuil, puis l'heure correspondante.
- 7) En utilisant une propriété des puissances, montrer que, pour tout réel  $x \geq 0$ ,  $f(x+1) = 0,9 \times f(x)$ . Que signifie cette égalité pour la concentration, quel que soit l'instant de départ choisi ?

### Exercice 3 — Question ouverte : qui a raison, Nour ou Elouan ?

4 points

On reprend la situation de l'exercice 2 (le tableau et la courbe peuvent être utilisés). Deux élèves de la ville, Nour et Elouan, discutent :

- **Nour** : « Toutes les 7 heures, la concentration est environ divisée par 2. »
- **Elouan** : « La concentration baisse de  $20 \mu\text{g}/\text{m}^3$  par heure, donc au bout de 10 heures il n'y a plus du tout de particules fines. »

Chacune de ces deux affirmations est-elle correcte ? Expliquer, en s'appuyant sur des calculs ou sur les valeurs du tableau. *Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte.*