

Calculatrice interdite

Exercice 1 – Les sandwiches du foodtruck

10 points

Un foodtruck vend des sandwiches sur le parking d'un lycée. Son propriétaire a constaté que le nombre de sandwiches vendus par jour dépend du prix de vente : si un sandwich est vendu p euros, avec $0 \leq p \leq 12$, le nombre de sandwiches vendus dans la journée est

$$n(p) = 600 - 50p.$$

Partie A – La recette

- 1) Si le sandwich est vendu 4 euros, combien de sandwiches sont vendus dans la journée ? Quelle est alors la recette de la journée (somme encaissée) ?
- 2) On note $R(p)$ la recette de la journée, en euros, pour un prix de vente de p euros. Justifier que $R(p) = -50p^2 + 600p$.
- 3) Montrer que $R(p) = -50p(p - 12)$. En déduire les solutions de l'équation $R(p) = 0$ et les interpréter dans le contexte.
- 4) Déterminer l'équation de l'axe de symétrie de la parabole représentant R , puis le prix de vente qui rend la recette maximale et le montant de cette recette. Répondre par une phrase.

Partie B – Le bénéfice

Chaque sandwich coûte 2 euros à préparer. Le bénéfice de la journée, en euros, est donc $B(p) = (p - 2) \times n(p)$, c'est-à-dire $B(p) = (p - 2)(600 - 50p)$.

- 5) Calculer $B(2)$ et $B(12)$. Interpréter ces deux résultats dans le contexte.
- 6) Montrer que $B(p) = -50(p - 2)(p - 12)$.
- 7) Dresser le tableau de signes de $B(p)$ sur $[0 ; 12]$. Pour quels prix de vente le foodtruck gagne-t-il de l'argent ?
- 8) Déterminer le prix de vente qui rend le bénéfice maximal, ainsi que ce bénéfice maximal. Ce prix est-il le même que celui qui rend la recette maximale ? Répondre par une phrase.

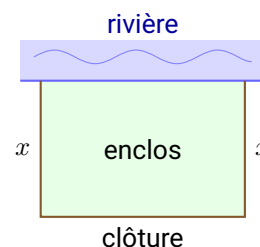
Exercice 2 – Question ouverte : l'enclos des chèvres

4 points

Un éleveur dispose de 40 mètres de clôture pour fermer un enclos rectangulaire pour ses chèvres, le long d'une rivière : le côté de l'enclos situé le long de la berge n'a pas besoin de clôture (les chèvres ne traversent pas l'eau), les trois autres côtés sont entièrement clôturés (voir le schéma ci-contre).

L'éleveur veut que l'enclos ait la plus grande aire possible. Quelles dimensions doit-il choisir, et quelle est alors l'aire de l'enclos ?

On pourra noter x la longueur, en mètres, de chacun des deux côtés perpendiculaires à la rivière. Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte.



Exercice 3 – Calculs sur une forme factorisée**6 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 3)(2x - 4)$.

- 1) Développer et réduire $f(x)$.
- 2) Déterminer les racines de f .
- 3) Dresser le tableau de signes de $f(x)$.
- 4) Calculer $f(-2)$ et $f(1)$. Que peut-on en déduire pour l'axe de symétrie de la parabole représentant f ?
- 5) Déterminer les coordonnées du sommet de cette parabole, puis dresser le tableau de variations de f .