

Calculatrice interdite

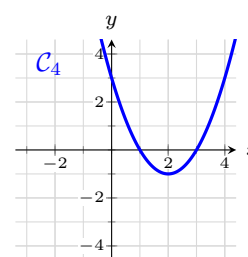
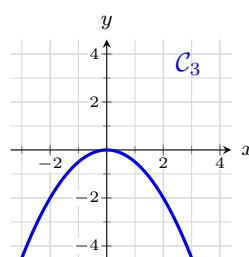
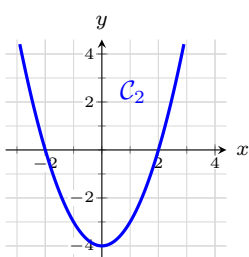
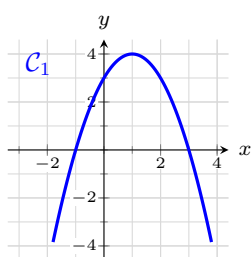
Exercice 1 – Quatre paraboles, quatre expressions

7 points

On considère les quatre fonctions définies pour tout réel x par

$$f(x) = x^2 - 4 ; \quad g(x) = -0,5x^2 ; \quad h(x) = (x - 1)(x - 3) ; \quad k(x) = -(x + 1)(x - 3).$$

Les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 ci-dessous représentent ces quatre fonctions, dans le désordre.



- 1) Associer chaque courbe à la fonction qu'elle représente. On justifiera brièvement chaque choix (orientation de la parabole, points d'intersection avec l'axe des abscisses...).
- 2) On s'intéresse à la fonction h .
 - a. Déterminer les racines de h , c'est-à-dire les solutions de l'équation $h(x) = 0$.
 - b. Dresser le tableau de signes de $h(x)$.
 - c. Calculer $h(2)$. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole C_4 et l'équation de son axe de symétrie.
 - d. Dresser le tableau de variations de h .
- 3) Développer et réduire $k(x)$.

Exercice 2 – Le coup de pied en cloche

7 points

Au rugby, un « coup de pied en cloche » envoie le ballon très haut pour laisser le temps aux coéquipiers d'aller le récupérer. Lors d'un tel coup de pied, la hauteur du ballon, en mètres, lorsqu'il se trouve à une distance horizontale de x mètres du joueur qui a frappé, est modélisée par

$$h(x) = -0,02x(x - 40), \quad \text{pour } x \in [0 ; 40].$$

- 1) Calculer $h(10)$ et $h(20)$.
- 2) Résoudre l'équation $h(x) = 0$. Interpréter les solutions dans le contexte de l'exercice.
- 3)
 - a. Montrer que, pour tout x de $[0 ; 40]$, $h(x) - 6 = -0,02(x - 10)(x - 30)$.
 - b. En déduire les solutions de l'équation $h(x) = 6$.
 - c. Expliquer pourquoi la droite d'équation $x = 20$ est l'axe de symétrie de la courbe de h , puis donner la hauteur maximale atteinte par le ballon.
- 4) Un adversaire, qui lève les bras à 2,5 mètres de hauteur, se trouve à 5 mètres du joueur qui frappe. Le ballon passe-t-il au-dessus de lui? Justifier par un calcul et répondre par une phrase.

Exercice 3 – La copie de Timéo (copie d'un élève)

6 points

Voici l'énoncé posé à Timéo : « On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3(x - 2)(x + 4)$. Déterminer les racines de f , le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x , puis l'axe de symétrie et le sommet de la parabole qui représente f . »

Voici ce que Timéo a écrit :

Les racines sont -2 et 4 , car $(x - 2)(x + 4) = 0$ donne $x = -2$ ou $x = 4$.
 Comme $3 > 0$, la parabole est tournée vers le haut, donc $f(x)$ est positif entre les racines, c'est-à-dire pour x compris entre -2 et 4 .
 L'axe de symétrie passe au milieu des racines : $\frac{-2 + 4}{2} = 1$, donc c'est la droite d'équation $x = 1$.
 Le sommet a pour abscisse 1 et pour ordonnée $f(1) = 3 \times (1 - 2) \times (1 + 4) = 3 \times (-1) \times 5 = -15$.

- 1) Les racines trouvées par Timéo sont fausses. Expliquer son erreur, puis déterminer les racines de f .
- 2) Timéo se trompe aussi sur le signe de $f(x)$. Dresser le tableau de signes correct de $f(x)$ et expliquer, en une phrase, le lien entre l'orientation de la parabole et le signe de $f(x)$ entre les racines.
- 3) La méthode de Timéo pour l'axe de symétrie est correcte, mais elle utilise des racines fausses. Déterminer l'équation de l'axe de symétrie et les coordonnées du sommet de la parabole.
- 4) Sans refaire les calculs, Timéo aurait pu remarquer que sa copie se contredit : il affirme que $f(x)$ est positif entre -2 et 4 , et il calcule $f(1) = -15$. Expliquer en une ou deux phrases pourquoi ces deux résultats ne peuvent pas être vrais en même temps.