

Exercice 1 – Le motif en croix

6 points

Le motif numéro n compte 1 carreau central et 4 branches de n carreaux : $c_n = 4n + 1$ pour tout entier $n \geq 1$ (on retrouve $c_1 = 5$, $c_2 = 9$, $c_3 = 13$).

Affirmation 1. ☐ Vrai. $c_5 = 4 \times 5 + 1 = 21$ carreaux (ou, de proche en proche : 5, 9, 13, 17, 21).

Affirmation 2. ☐ Vrai. Pour passer du motif n au motif $n + 1$, on ajoute un carreau au bout de chacune des quatre branches, donc 4 carreaux : $c_{n+1} = c_n + 4$. (Par le calcul : $c_{n+1} = 4(n + 1) + 1 = 4n + 1 + 4 = c_n + 4$.)

Affirmation 3. ☐ Faux. D'après l'affirmation 2, on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours 4 : la suite (c_n) est bien arithmétique, mais de raison 4, et non 5. Le nombre 5 est le premier terme c_1 , pas la raison : $c_2 - c_1 = 9 - 5 = 4$.

Affirmation 4. ☐ Faux. On cherche un entier $n \geq 1$ tel que $4n + 1 = 50$, soit $4n = 49$: 49 n'est pas un multiple de 4 ($n = 12,25$ n'est pas entier). Aucun motif ne contient exactement 50 carreaux ($c_{12} = 49$ et $c_{13} = 53$).

Affirmation 5. ☐ Faux. $u_{n+1} - u_n = 3 - 2(n + 1) - (3 - 2n) = -2$: la suite est arithmétique de raison $-2 < 0$, donc décroissante ($u_0 = 3$, $u_1 = 1$, $u_2 = -1$...).

Affirmation 6. ☐ Vrai. Coefficient directeur : $\frac{5 - 1}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$; ordonnée à l'origine : la droite passe par $A(0; 1)$, donc $b = 1$. Son équation réduite est bien $y = 2x + 1$ (vérification : pour $x = 2$, $2 \times 2 + 1 = 5 = y_B$).

Exercice 2 – La cagnotte du voyage scolaire

8 points

1) $a_1 = 850 + 40 = 890$ € et $a_2 = 890 + 40 = 930$ € (valeurs de la colonne B).

2) Chaque semaine, on ajoute 40 € au montant précédent : en B3, $=B2+40$; recopiée vers le bas, elle devient $=B3+40$, $=B4+40$... Pour la classe B : en C3, $=C2+25$.

3) On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre : les deux suites sont arithmétiques, (a_n) de raison 40 et (b_n) de raison 25.

4) Terme de rang n d'une suite arithmétique : $u_n = u_0 + n \times r$. Donc $a_n = 850 + 40n$ et $b_n = 1\,100 + 25n$.

5) $a_{10} = 850 + 400 = 1\,250$ € et $b_{10} = 1\,100 + 250 = 1\,350$ €.

6) On cherche le plus petit entier n tel que $a_n > 1\,500$:

$$850 + 40n > 1\,500 \iff 40n > 650 \iff n > 16,25.$$

La cagnotte de la classe A dépassera 1 500 € à partir de la semaine 17 ($a_{16} = 1\,490$ € et $a_{17} =$

1 530 €).

7) On cherche le plus petit entier n tel que $a_n > b_n$:

$$850 + 40n > 1\,100 + 25n \iff 15n > 250 \iff n > \frac{250}{15} = \frac{50}{3}, \text{ et } 16 < \frac{50}{3} < 17.$$

Donc à partir de la semaine 17. Vérification : $a_{17} = 850 + 680 = 1\,530$ € et $b_{17} = 1\,100 + 425 = 1\,525$ €; on a bien $a_{17} > b_{17}$, alors qu'une semaine plus tôt $a_{16} = 1\,490 < b_{16} = 1\,500$. La classe A, partie avec moins d'argent mais plus de ventes chaque semaine, rattrape la classe B au bout de 17 semaines.

Exercice 3 – Degrés Celsius et degrés Fahrenheit

6 points

1) $f(20) = 1,8 \times 20 + 32 = 36 + 32 = \boxed{68}$ °F et $f(100) = 180 + 32 = \boxed{212}$ °F.

2) f est une fonction affine (de la forme $ax + b$ avec $a = 1,8$ et $b = 32$). Son coefficient directeur 1,8 signifie que lorsque la température augmente de 1 °C, elle augmente de 1,8 °F : un degré Celsius « vaut » 1,8 degré Fahrenheit.

3) On résout $f(x) = 50$: $1,8x + 32 = 50 \iff 1,8x = 18 \iff x = \boxed{10}$. Le thermomètre indique 10 °C.

4) $f(x) = x \iff 1,8x + 32 = x \iff 0,8x = -32 \iff x = -\frac{32}{0,8} = -\frac{320}{8} = \boxed{-40}$.

À -40 degrés, les deux échelles affichent le même nombre : -40 °C = -40 °F. C'est la seule température pour laquelle c'est le cas.

5) La droite passe par $(-40; -40)$ (question 4), $(0; 32)$ et $(40; 104)$.

