

Exercice 1 – Le plan d’entraînement d’une coureuse

5 points

1) $u(2) = 12 + 1,5 = \boxed{13,5}$ km et $u(3) = 13,5 + 1,5 = \boxed{15}$ km.

2) Chaque semaine, on ajoute 1,5 km : pour tout entier $n \geq 1$,

$$\boxed{u(n+1) = u(n) + 1,5}.$$

La suite u est $\boxed{\text{arithmétique de raison } 1,5}$.

3) Pour une suite arithmétique de premier terme $u(1)$, on a $u(n) = u(1) + (n-1) \times r$, car on ajoute $n-1$ fois la raison pour passer de la semaine 1 à la semaine n :

$$u(n) = 12 + 1,5(n-1) = 12 + 1,5n - 1,5 = \boxed{10,5 + 1,5n}.$$

4) $u(10) = 10,5 + 1,5 \times 10 = 10,5 + 15 = \boxed{25,5}$ km.

5) On cherche le plus petit entier n tel que $u(n) > 30$:

$$10,5 + 1,5n > 30 \iff 1,5n > 19,5 \iff n > 13.$$

Pour $n = 13$, $u(13) = 10,5 + 19,5 = 30$ km exactement ; c’est à partir de la $\boxed{\text{semaine } 14}$ ($u(14) = 31,5$ km) que Anouk court strictement plus de 30 km.

Exercice 2 – Le marché des paniers de légumes

10 points

Partie A – La demande

1) $d(4) = 400 - 25 \times 4 = 400 - 100 = \boxed{300}$: si un panier coûte 4 €, les clients achèteraient 300 paniers.

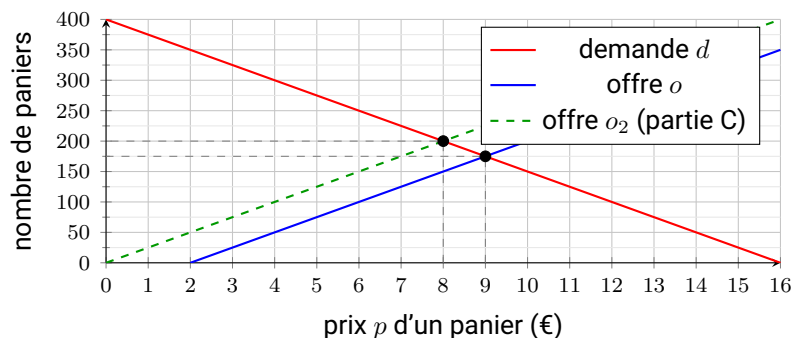
2) d est une fonction affine de coefficient directeur $-25 < 0$: elle est $\boxed{\text{décroissante}}$. Plus le prix du panier augmente, moins les clients en achètent : chaque euro de plus fait perdre 25 acheteurs.

3) $d(p) = 0 \iff 400 - 25p = 0 \iff 25p = 400 \iff p = \boxed{16}$. À 16 € le panier, plus aucun client n’achète.

Partie B – L’offre et le prix d’équilibre

4) $o(4) = 25 \times 4 - 50 = \boxed{50}$ et $o(10) = 250 - 50 = \boxed{200}$.

5) La droite de d passe par $(0; 400)$ et $(16; 0)$; celle de o passe par $(4; 50)$ et $(10; 200)$ (et par $(2; 0)$).



6) Graphiquement, les deux droites se coupent au point d'abscisse 9. Par le calcul :

$$o(p) = d(p) \iff 25p - 50 = 400 - 25p \iff 50p = 450 \iff p = \boxed{9}.$$

Le prix d'équilibre est 9 € le panier; on vend alors $d(9) = 400 - 225 = \boxed{175}$ paniers (et $o(9) = 225 - 50 = 175$: l'offre est bien égale à la demande).

7) À 6 € : $d(6) = 400 - 150 = 250$ paniers demandés et $o(6) = 150 - 50 = 100$ paniers offerts. Les clients voudraient acheter 150 paniers de plus que ce que les maraîchers proposent : il y a pénurie, une partie des clients repart sans panier (et le prix aurait tendance à monter).

Partie C – Une aide de la mairie

8) Nouvel équilibre : $o_2(p) = d(p) \iff 25p = 400 - 25p \iff 50p = 400 \iff p = \boxed{8}$. On vend alors $d(8) = 400 - 200 = \boxed{200}$ paniers.

Grâce à l'aide, le prix d'équilibre baisse de 9 € à 8 € et 25 paniers de plus sont vendus chaque semaine : les clients paient moins cher et sont plus nombreux à être servis.

Exercice 3 – L'impôt sur le revenu : la copie de Sami

5 points

1) Sami applique le taux de 30 % à la **totalité** du revenu. Or ce taux ne s'applique qu'à la partie du revenu qui dépasse 25 000 € ; les deux premières tranches sont imposées à 0 % et à 11 %. Le taux de 30 % est un taux *marginal* (celui de la dernière tranche), pas le taux de l'ensemble du revenu.

2) On découpe 30 000 € en tranches : 10 000 € à 0 %, puis 15 000 € (de 10 000 à 25 000) à 11 %, puis 5 000 € (de 25 000 à 30 000) à 30 % :

$$I = 0 + 0,11 \times 15\,000 + 0,30 \times 5\,000 = 1\,650 + 1\,500 = \boxed{3\,150 \text{ €}}.$$

3) Taux moyen : $\frac{3\,150}{30\,000} = \frac{315}{3\,000} = 0,105$, soit 10,5 %. Il est bien plus faible que les 30 % annoncés par Sami : l'oncle de Sami ne verse qu'environ un dixième de son revenu, parce que seule une petite partie de ce revenu est dans la tranche à 30 %.

4) Pour $25\,000 \leq R \leq 40\,000$, les deux premières tranches sont pleines et rapportent $0 + 0,11 \times 15\,000 = 1\,650$ € ; la partie du revenu au-delà de 25 000 €, soit $R - 25\,000$, est imposée à 30 % :

$$I(R) = 1\,650 + 0,3(R - 25\,000) = 1\,650 + 0,3R - 7\,500 = \boxed{0,3R - 5\,850}.$$

Sur cet intervalle, I est une fonction affine de coefficient directeur 0,3 : chaque euro de revenu supplémentaire coûte 0,30 € d'impôt (c'est le taux marginal).