

Calculatrice interdite

Exercice 1 – Le plan d'entraînement d'une coureuse

5 points

Anouk prépare un semi-marathon. La première semaine de sa préparation, elle court 12 km en tout. Chaque semaine, elle court 1,5 km de plus que la semaine précédente. On note $u(n)$ le nombre de kilomètres courus pendant la semaine numéro n ; ainsi $u(1) = 12$.

- 1) Calculer $u(2)$ et $u(3)$.
- 2) Exprimer $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$. Quelle est la nature de la suite u ? Préciser sa raison.
- 3) Montrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $u(n) = 10,5 + 1,5n$.
- 4) Combien de kilomètres Anouk courra-t-elle pendant la semaine numéro 10?
- 5) À partir de quelle semaine Anouk courra-t-elle strictement plus de 30 km? Justifier.

Exercice 2 – Le marché des paniers de légumes

10 points

Chaque semaine, des maraîchers vendent des paniers de légumes sur le marché d'une petite ville. Des économistes ont modélisé ce marché. Pour un prix de vente p d'un panier, en euros, avec $2 \leq p \leq 16$:

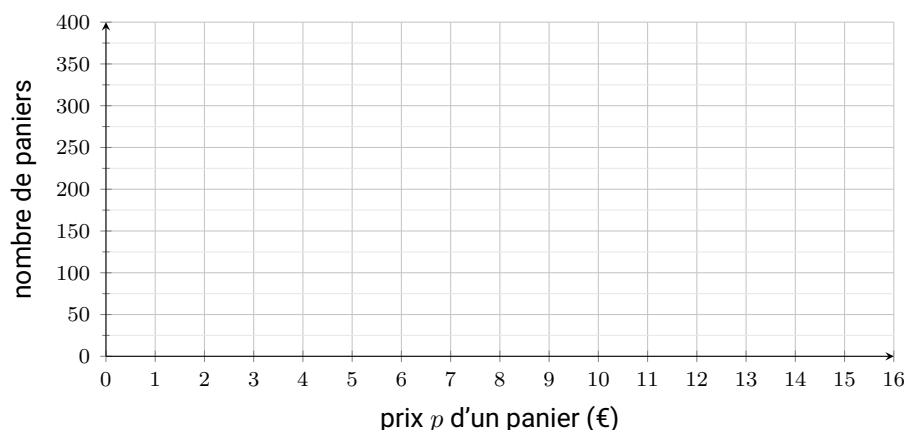
- la **demande** $d(p) = 400 - 25p$ est le nombre de paniers que les clients achèteraient à ce prix;
- l'**offre** $o(p) = 25p - 50$ est le nombre de paniers que les maraîchers accepteraient de vendre à ce prix.

Partie A – La demande

- 1) Calculer $d(4)$ et interpréter le résultat par une phrase.
- 2) Quel est le sens de variation de la fonction d ? Justifier, puis expliquer ce que cela signifie pour les clients.
- 3) Pour quel prix la demande est-elle nulle?

Partie B – L'offre et le prix d'équilibre

- 4) Calculer $o(4)$ et $o(10)$.
- 5) Représenter graphiquement les fonctions d et o dans le repère ci-dessous (le graphique est à rendre avec la copie).



- 6) Le **prix d'équilibre** est le prix pour lequel l'offre est égale à la demande. Lire graphiquement ce prix, puis le retrouver en résolvant une équation. Combien de paniers sont alors vendus ?
- 7) On suppose que le prix d'un panier est fixé à 6 €. Calculer la demande et l'offre à ce prix. Que se passe-t-il sur le marché ? Répondre par une phrase.

Partie C – Une aide de la mairie

- 8) Pour favoriser les circuits courts, la mairie verse une aide aux maraîchers : pour chaque prix p , ils acceptent alors de vendre 50 paniers de plus qu'avant. La nouvelle offre est donc $o_2(p) = 25p$. Déterminer le nouveau prix d'équilibre et le nombre de paniers vendus, puis décrire en une phrase l'effet de l'aide pour les clients.

Exercice 3 – L'impôt sur le revenu : la copie de Sami

5 points

On étudie un barème *simplifié* de l'impôt sur le revenu. Le revenu annuel R , en euros, est découpé en tranches et chaque tranche est imposée à son propre taux :

Tranche de revenu	Taux appliqué à cette tranche
de 0 à 10 000 €	0 %
de 10 000 à 25 000 €	11 %
au-delà de 25 000 €	30 %

Par exemple, pour un revenu de 12 000 €, seule la partie du revenu située entre 10 000 et 12 000 €, soit 2 000 €, est imposée, à 11 % : l'impôt est de 220 €.

Voici la copie de Sami, qui calcule l'impôt de son oncle.

Mon oncle gagne 30 000 € par an. Comme 30 000 est au-delà de 25 000, son taux est 30 %.
 Impôt = 30 % $\times$ 30 000 = 9 000 €. Son taux moyen d'imposition est donc de 30 %.

- Expliquer, en une ou deux phrases, l'erreur commise par Sami.
- Calculer l'impôt réellement dû pour un revenu de 30 000 €.
- Le **taux moyen** d'imposition est le quotient de l'impôt par le revenu, exprimé en pourcentage. Calculer le taux moyen pour un revenu de 30 000 € et le comparer au taux de 30 % annoncé par Sami.
- On note $I(R)$ l'impôt dû pour un revenu R compris entre 25 000 et 40 000 €. Montrer que $I(R) = 0,3R - 5\,850$. Quelle est la nature de la fonction I sur cet intervalle ? Que représente le nombre 0,3 pour le contribuable ?