

Exercice 1 – Cinq calculs en rafale

5 points

Aucune justification n'était demandée; la méthode est donnée ici pour la relecture.

- 1) On ajoute 3 à chaque étape : $u(1) = 10, u(2) = 13, u(3) = \boxed{16}$ (ou $u(3) = 7 + 3 \times 3 = 16$).
- 2) $u(n) = 5 - 2n$ est de la forme $u(0) + n \times r$ avec $u(0) = 5$ et $r = \boxed{-2}$: d'un terme au suivant, on retranche 2.
- 3) $v(2) = v(0) + 2 \times 4$, donc $v(0) = 10 - 8 = \boxed{2}$.
- 4) Coefficient directeur : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{12 - 3}{4 - 1} = \frac{9}{3} = \boxed{3}$.
- 5) $20 - 1,5x = 5 \iff 1,5x = 15 \iff x = \boxed{10}$.

Exercice 2 – Le niveau moyen des océans depuis 1993

8 points

- 1) Hausses par décennie : $27 - 0 = 27$ mm, $60 - 27 = 33$ mm et $100 - 60 = 40$ mm.

La hausse par décennie n'est pas constante

 : elle augmente d'une décennie à l'autre (la montée des océans s'accélère).
Néanmoins, les trois hausses restent du même ordre de grandeur (entre 27 et 40 mm) et, sur trente ans, le niveau a monté de 100 mm, soit en moyenne un peu plus de 3,3 mm par an :

pour une première estimation, un modèle linéaire est acceptable

 (c'est celui de l'article), en sachant qu'il lisse l'accélération.
- 2) Chaque année, le niveau monte de 3,3 mm : $h(n+1) = h(n) + 3,3$. On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre : la suite h est

arithmétique de raison 3,3

 et de premier terme $h(0) = 0$. Son terme de rang n est

$$h(n) = h(0) + n \times 3,3 = \boxed{3,3n}.$$
- 3) $h(30) = 3,3 \times 30 = \boxed{99}$ mm. L'année 2023 correspond à $n = 30$ et le document 1 donne 100 mm : le modèle est en très bon accord avec les mesures (écart de 1 mm).
- 4) Les points $(n; 3,3n)$ sont les points de coordonnées entières de la droite d'équation $y = 3,3x$: ils sont donc alignés sur cette droite, qui passe par l'origine et a pour coefficient directeur

3,3

 (la raison de la suite). On accepte aussi la réponse « le coefficient directeur est égal à la raison de la suite », à condition de donner la valeur 3,3. D'un point au suivant, on avance de 1 en abscisse et on monte de 3,3 en ordonnée.
- 5) $h(107) = 3,3 \times 107 = 353,1$ mm, soit environ

35 cm

 : par rapport à 1993, la hausse en 2100 serait de 35 cm, et non de 25 cm.
 $h(77) = 3,3 \times 77 = 254,1$ mm, soit environ 25 cm : 77 ans séparent 2023 de 2100. La phrase de l'article est exacte si « d'ici 2100 » signifie

« entre aujourd'hui (2023) et 2100 »

 : les océans gagneraient encore 25 cm à partir du niveau actuel, ce qui ferait 35 cm par rapport à 1993.
- 6) On cherche le plus petit entier n tel que $3,3n > 200$ (car 20 cm = 200 mm).

$3,3 \times 60 = 198 < 200$ et $3,3 \times 61 = 201,3 > 200$, donc $n = 61$, ce qui correspond à l'année $1993 + 61 = \boxed{2054}$.

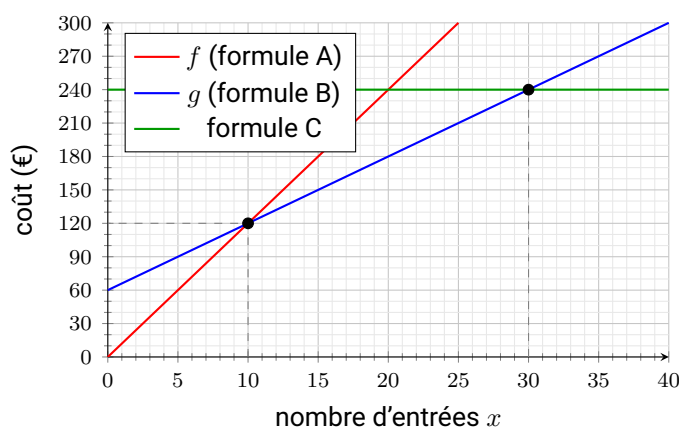
(Par l'inéquation : $n > \frac{200}{3,3} = \frac{2000}{33}$, et $60 < \frac{2000}{33} < 61$ car $33 \times 60 = 1980$ et $33 \times 61 = 2013$, d'où $n \geq 61$.)

- 7) Le modèle suppose une hausse constante de 3,3 mm par an. Or le document 1 montre des hausses par décennie croissantes (27, puis 33, puis 40 mm) et l'article indique une hausse qui approche déjà 4,5 mm par an. Si elle continue d'augmenter, la hausse réelle en 2100 sera plus grande que 35 cm : le modèle linéaire sous-estime la hausse à venir.

Exercice 3 — La salle d'escalade : trois formules

7 points

- 1) Formule A : $8 \times 12 = \boxed{96}$ €. Formule B : $60 + 8 \times 6 = 60 + 48 = \boxed{108}$ €. Formule C : $\boxed{240}$ € quel que soit le nombre d'entrées.
- 2) $f(x) = 12x$ et $g(x) = 6x + 60$. Ce sont deux **fonctions affines** (f est même linéaire) : leurs représentations graphiques sont des droites.
- 3) La droite de f passe par $(0; 0)$ et $(20; 240)$; celle de g passe par $(0; 60)$ et $(30; 240)$.



- 4) Le coefficient directeur de la droite représentant g est 6 : c'est le prix d'une entrée supplémentaire avec la formule B; chaque entrée de plus augmente le coût de 6 €. (L'ordonnée à l'origine, 60, est le prix de la carte.)
- 5) $f(x) = g(x) \iff 12x = 6x + 60 \iff 6x = 60 \iff x = \boxed{10}$.
Pour 10 entrées dans l'année, les formules A et B coûtent le même prix, 120 € : en dessous de 10 entrées, la formule A est la moins chère; au-delà, c'est la formule B.
- 6) La formule C est plus avantageuse que la formule B lorsque $g(x) > 240$:

$$6x + 60 > 240 \iff 6x > 180 \iff x > 30.$$

À partir de 31 entrées dans l'année, l'abonnement illimité revient moins cher que la carte (pour 30 entrées exactement, les deux formules coûtent 240 €).