

Calculatrice interdite

La calculatrice est interdite. Un encadré de calculs, en fin de sujet, peut aider (certains sont utiles, d'autres non).

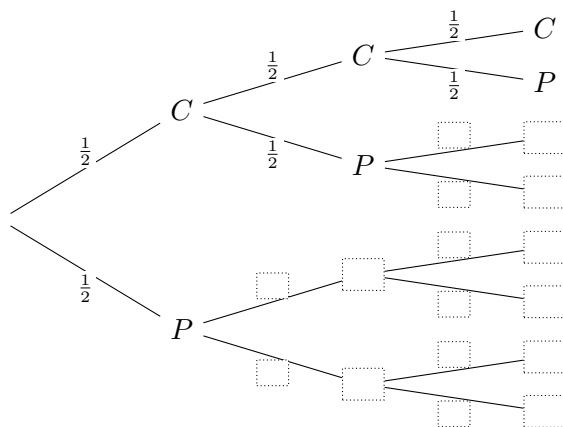
Exercice 1 – Croix ou pile : l'erreur de d'Alembert

7 points

Au XVIII^e siècle, les pièces de monnaie portaient une croix sur une face : on jouait à « croix ou pile ». On lance une pièce équilibrée : on note C l'évènement « obtenir croix » et P l'évènement « obtenir pile », chacun de probabilité $\frac{1}{2}$. Les lancers successifs sont indépendants.

En 1754, le mathématicien d'Alembert affirme que, si l'on lance la pièce deux fois, la probabilité d'obtenir *au moins une fois* croix est $\frac{2}{3}$. Son raisonnement : « il n'y a que trois cas possibles : croix dès le premier lancer, pile puis croix, pile puis pile ; deux de ces trois cas sont favorables ».

- 1) Représenter les deux lancers par un arbre pondéré.
- 2) Calculer la probabilité d'obtenir croix aux deux lancers, puis la probabilité d'obtenir au moins une fois croix.
- 3) Expliquer, en une ou deux phrases, l'erreur de d'Alembert.
- 4) On lance maintenant la pièce trois fois de suite.
 - a. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous, qui représente les trois lancers. Combien de chemins comporte cet arbre ?



- b. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois croix, puis la probabilité d'obtenir au moins une fois croix.
- 5) On remplace la pièce par une pièce déséquilibrée, pour laquelle la probabilité d'obtenir croix est 0,6, et on la lance trois fois. Calculer la probabilité d'obtenir trois fois croix, puis la probabilité d'obtenir exactement une fois croix.

Exercice 2 – Le dé du stand de kermesse

8 points

Vrai ou faux ? Pour chacune des affirmations 1 à 5, indiquer si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse par un calcul ou un argument. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Le dé. Au stand de la kermesse, on lance un dé équilibré à six faces, numérotées de 1 à 6. On note A l'évènement « obtenir un nombre pair », B l'évènement « obtenir un multiple de 3 » et C l'évènement « obtenir 6 ».

Affirmation 1. $P_A(B) = \frac{1}{3}$.

Affirmation 2. Les évènements A et B sont indépendants.

Affirmation 3. Les évènements A et C sont indépendants.

Les joueurs. Au cours de l'après-midi, 200 personnes ont joué à ce stand, dont 120 enfants ; 50 joueurs ont gagné un lot, dont 30 enfants. On choisit un joueur au hasard ; on note E l'évènement « le joueur est un enfant » et G l'évènement « le joueur a gagné un lot ».

Affirmation 4. Un enfant a autant de chances de gagner un lot qu'un adulte.

Affirmation 5. $P_G(E) = P_E(G)$.

Question 6. Le dé du stand a été lancé 60 fois dans l'après-midi et le 6 est sorti 14 fois. Un élève en déduit que la probabilité d'obtenir 6 avec ce dé est $\frac{14}{60}$. A-t-il raison ? Expliquer.

Exercice 3 – Quatre tirs au but

5 points

À l'entraînement, une joueuse de handball effectue une série de quatre tirs au but. On admet qu'elle réussit chaque tir avec la probabilité 0,8 et que le résultat d'un tir n'influence pas les suivants.

- 1) Expliquer pourquoi cette série de tirs peut être représentée par un arbre de probabilités décrivant la répétition de quatre épreuves identiques et indépendantes, et donner la probabilité qu'un tir soit manqué.
- 2) Calculer la probabilité que la joueuse réussisse ses quatre tirs.
- 3) Combien de chemins de l'arbre correspondent à exactement trois tirs réussis ? En déduire la probabilité que la joueuse réussisse exactement trois tirs.
- 4) Calculer la probabilité que la joueuse réussisse au moins un tir, puis interpréter ce résultat par une phrase.

Calculs qui peuvent être utiles pour l'ensemble du sujet

$$\begin{array}{lllll}
 0,8^2 = 0,64 & 0,8^3 = 0,512 & 0,8^4 = 0,4096 & 0,2^4 = 0,0016 & 0,512 \times 0,2 = 0,1024 \\
 0,6^3 = 0,216 & 0,4^2 = 0,16 & 0,6 \times 0,16 = 0,096 & 0,6^2 \times 0,4 = 0,144 & 0,8 \times 0,2 = 0,16
 \end{array}$$