

Exercice 1 – Les visiteurs d'un aquarium

6 points

- 1) On applique les pourcentages du diagramme à l'effectif de chaque période.

Été (150 000 visiteurs) : $0,20 \times 150\,000 = 30\,000$; $0,50 \times 150\,000 = 75\,000$; $0,30 \times 150\,000 = 45\,000$.

Hors été (90 000 visiteurs) : $0,40 \times 90\,000 = 36\,000$; $0,45 \times 90\,000 = 40\,500$; $0,15 \times 90\,000 = 13\,500$.

	Île-de-France	Autre région	Étranger	Total
Été	30 000	75 000	45 000	150 000
Hors été	36 000	40 500	13 500	90 000
Total	66 000	115 500	58 500	240 000

- 2) Fréquence marginale des visiteurs étrangers : $\frac{58\,500}{240\,000} = 0,24375$, soit $\approx 24,4\%$.

- 3) On se restreint aux 66 000 visiteurs venus d'Île-de-France, dont 30 000 sont venus en été :

$$\frac{30\,000}{66\,000} \approx 0,4545, \text{ soit } \approx 45,5\%.$$

- 4) En été, 45 000 visiteurs étrangers; hors été, 13 500. Or $\frac{45\,000}{13\,500} \approx 3,33$ et $2 \times 13\,500 = 27\,000 \neq 45\,000$.

La phrase est **inexacte** : les visiteurs étrangers sont environ **trois fois** plus nombreux en été que hors été (un peu plus de trois fois).

D'où vient l'erreur? La responsable a comparé les pourcentages du diagramme, 30 % et 15 % (et $30 = 2 \times 15$). Mais ce sont des pourcentages de **populations différentes** : 30 % des 150 000 visiteurs de l'été, 15 % des 90 000 visiteurs hors été. Pour comparer des nombres de visiteurs, il faut comparer les **effectifs**, pas ces pourcentages. Phrase correcte possible : « Les visiteurs étrangers sont plus de trois fois plus nombreux en été que hors été. »

Exercice 2 – Le SMIC horaire de 2015 à 2024

8 points

Partie A – Lire les données

- 1) Taux d'évolution entre 2015 et 2024 :

$$\frac{11,65 - 9,61}{9,61} = \frac{2,04}{9,61} \approx 0,2123, \text{ soit une hausse de } \approx 21,2\%.$$

- 2) On place les points de coordonnées (8; 11,27) et (9; 11,65) (graphique ci-dessous, après la question 7).

- 3) Augmentations d'une année à la suivante : 0,06; 0,09; 0,12; 0,15; 0,12; 0,10; 0,32; 0,70; 0,38 €.

La plus forte augmentation a eu lieu **entre 2022 et 2023** : $11,27 - 10,57 = 0,70$ €.

Partie B – Point moyen et ajustement affine

4) Abscisse : $x_G = \frac{0 + 1 + 2 + \dots + 9}{10} = \frac{45}{10} = 4,5$. Ordonnée :

$$y_G = \frac{9,61 + 9,67 + 9,76 + 9,88 + 10,03 + 10,15 + 10,25 + 10,57 + 11,27 + 11,65}{10} = \frac{102,84}{10},$$

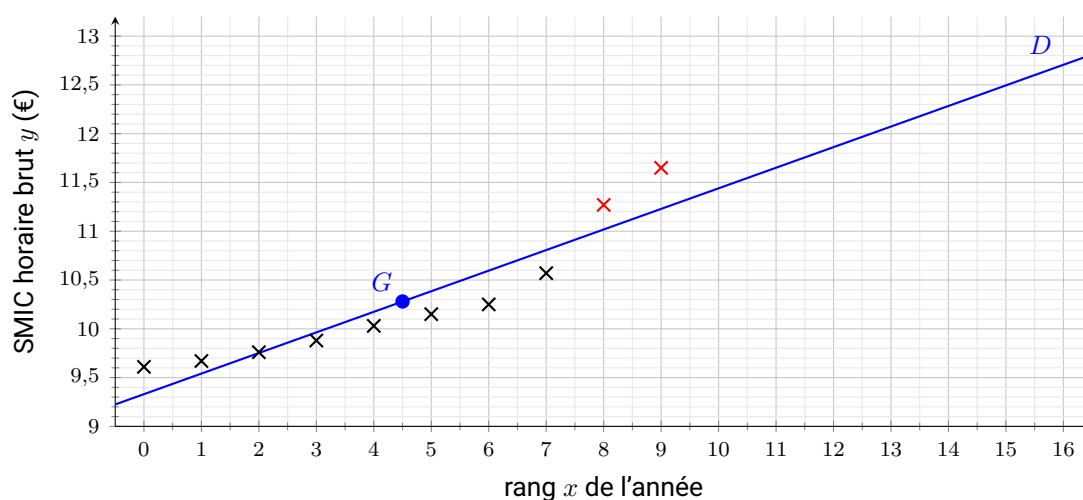
soit $y_G = 10,284$. Donc $G(4,5; 10,28)$ (ordonnée arrondie au centième).

5) Voir le graphique ci-dessous.

6) Pour $x = 4,5$: $0,211 \times 4,5 + 9,33 = 0,9495 + 9,33 = 10,2795 \approx 10,28 = y_G$.

À l'arrondi près, G appartient bien à D (c'est une propriété de la droite des moindres carrés).

7) Deux points de D : pour $x = 0$, $y = 9,33$; pour $x = 10$, $y = 0,211 \times 10 + 9,33 = 11,44$.



8) Le coefficient directeur 0,211 est l'augmentation de y lorsque x augmente de 1 : selon ce modèle, le SMIC horaire augmente en moyenne d'environ 0,21 € par an sur la période.

Exercice 3 – Prévoir le SMIC avec le modèle

6 points

1) L'année 2024 correspond à $x = 9$: $0,211 \times 9 + 9,33 = 1,899 + 9,33 = 11,229$, soit 11,23 € (arrondi au centime).

Écart avec le montant réel : $11,65 - 11,23 = 0,42$ € ; le modèle sous-estime le SMIC de 2024 d'environ 42 centimes.

2) L'année 2026 correspond à $x = 11$: $0,211 \times 11 + 9,33 = 2,321 + 9,33 = 11,651$, soit 11,65 € (arrondi au centime).

3) On cherche le plus petit entier x tel que $0,211x + 9,33 > 12,50$:

$$0,211x > 3,17 \iff x > \frac{3,17}{0,211} \approx 15,02.$$

Pour $x = 15$ (année 2030) : $0,211 \times 15 + 9,33 = 12,495 < 12,50$; pour $x = 16$: $12,706 > 12,50$.

Selon ce modèle, le SMIC horaire dépasserait 12,50 € à partir de 2031 ($x = 16$).

- 4) Le modèle prévoit 11,65 € pour 2026, alors que ce montant est **déjà atteint en 2024** : la droite est en retard d'environ deux ans sur la réalité. Sur le graphique, les points de 2023 et 2024 sont nettement **au-dessus** de la droite D (question 1 : 0,42 € d'écart en 2024) : depuis 2022, le SMIC augmente plus vite que la tendance moyenne de la période (ces hausses suivent la forte inflation de 2022-2023). L'ajustement sous-estime donc les années récentes et n'est pas fiable pour extrapoler les années à venir : il faudrait un modèle construit sur les années récentes, ou attendre de savoir si le rythme ralentit.