

Exercice 1 – Automatismes

8 points

- 1) $154 = 2 \times 7 \times 11$ et $165 = 3 \times 5 \times 11$: on simplifie par 11.

$$\frac{154}{165} = \frac{14 \times 11}{15 \times 11} = \boxed{\frac{14}{15}}.$$

$14 = 2 \times 7$ et $15 = 3 \times 5$ n'ont plus de diviseur commun autre que 1 : la fraction est irréductible.

- 2) On développe chaque produit, puis on regroupe les termes de même degré :

$$a(3a + 4) + (a + 1)(a - 2) = 3a^2 + 4a + a^2 - 2a + a - 2 = \boxed{4a^2 + 3a - 2}.$$

- 3) On calcule d'abord le dénominateur, puis le quotient, puis la différence :

$$1 + \frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{5}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{2}{\frac{8}{3}} = 2 \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad 3 - \frac{3}{4} = \frac{12}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{\frac{9}{4}}.$$

- 4)

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 3 - 2(3 - 2x) \iff 2x - 5 = 3 - 6 + 4x \\ &\iff 2x - 5 = -3 + 4x \\ &\iff 2x - 4x = -3 + 5 \\ &\iff -2x = 2 \\ &\iff x = -1. \end{aligned}$$

L'équation a une unique solution : $\boxed{x = -1}$.

- 5) $x^2 - 64 = x^2 - 8^2 = (x - 8)(x + 8)$, d'où

$$x^2 - 64 = 0 \iff (x - 8)(x + 8) = 0 \iff x - 8 = 0 \text{ ou } x + 8 = 0 \iff x = 8 \text{ ou } x = -8.$$

Les solutions sont $\boxed{-8 \text{ et } 8}$.

- 6) Avec l'identité $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$$(2 - 6x)^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times 6x + (6x)^2 = \boxed{36x^2 - 24x + 4}.$$

- 7) Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$3x(6 - 18x) = 0 \iff 3x = 0 \text{ ou } 6 - 18x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}.$$

Les solutions sont $\boxed{0 \text{ et } \frac{1}{3}}$.

- 8) On factorise par x :

$$3x^2 + 5x = 0 \iff x(3x + 5) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } 3x + 5 = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = -\frac{5}{3}.$$

Les solutions sont $-\frac{5}{3}$ et 0.

- 9) On reconnaît l'identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 2$: $(3x)^2 = 9x^2$, $2 \times 3x \times 2 = 12x$ et $2^2 = 4$. Donc

$$9x^2 + 12x + 4 = 0 \iff (3x + 2)^2 = 0 \iff 3x + 2 = 0 \iff x = -\frac{2}{3}.$$

L'équation a une unique solution : $x = -\frac{2}{3}$.

Exercice 2 – Pourcentages

5 points

- 1) Augmenter de t %, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; diminuer de t %, c'est multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.
Hausse de 25 % : coefficient $1,25$. Baisse de 17 % : coefficient $1 - 0,17 = 0,83$.

- 2) Le taux d'évolution est $\frac{\text{valeur d'arrivée} - \text{valeur de départ}}{\text{valeur de départ}}$:

$$\frac{150 - 125}{125} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Le nombre d'adhérents a augmenté de 20% .

- 3) Les coefficients multiplicateurs se multiplient : $0,9 \times 1,3 = 1,17 = 1 + 0,17$.
Une baisse de 10 % suivie d'une hausse de 30 % correspond à une $\text{hausse globale de } 17\%$.

- 4) L'évolution réciproque ramène à la valeur de départ : son coefficient c vérifie $0,8 \times c = 1$, donc

$$c = \frac{1}{0,8} = \frac{10}{8} = 1,25.$$

L'évolution réciproque d'une baisse de 20 % est une $\text{hausse de } 25\%$.

Exercice 3 – Tableau croisé d'effectifs

5 points

- 1) Effectifs donnés par l'énoncé : PEL : $\frac{42}{100} \times 2\,500 = 1\,050$; CEL : $\frac{2\,500}{4} = 625$; PEL et CEL : 325.
On complète par différences : $625 - 325 = 300$; $1\,050 - 325 = 725$; $2\,500 - 1\,050 = 1\,450$;
 $2\,500 - 625 = 1\,875$; $1\,875 - 725 = 1\,150$.

	PEL	Pas de PEL	Total
CEL	325	300	625
Pas de CEL	725	1 150	1 875
Total	1 050	1 450	2 500

Vérification : $300 + 1\,150 = 1\,450$ et $725 + 1\,150 = 1\,875$.

2) $\frac{1\,875}{2\,500} = \frac{3}{4} = 0,75$: 75 % des clients ne possèdent pas de CEL.

3) La fréquence marginale des clients sans PEL est

$$\frac{1\,450}{2\,500} = \frac{58}{100} = \text{0,58},$$

soit 58 % des clients.

4) On se restreint aux 625 clients qui possèdent un CEL ; parmi eux, 325 ont un PEL :

$$\frac{325}{625} = \frac{13}{25} = \text{0,52}.$$

52 % des clients possédant un CEL possèdent aussi un PEL.

Exercice 4 – Modélisation

2 points

On organise les données dans un tableau croisé (en gras, les valeurs calculées) : il y a $450 - 150 = 300$ filles.

	Hervé	Élodie	Marc	Total
Garçons	45	72	33	150
Filles	63	105	132	300
Total	108	177	165	450

Filles ayant voté pour Marc : $165 - 33 = 132$; filles ayant voté pour Hervé : $300 - 132 - 105 = 63$; votants pour Hervé : $45 + 63 = 108$.

(Garçons ayant voté pour Élodie : $150 - 45 - 33 = 72$, ce qui permet de vérifier que $108 + 177 + 165 = 450$.)

Pourcentage de filles parmi les votants pour Hervé :

$$\frac{63}{108} = \frac{7 \times 9}{12 \times 9} = \frac{7}{12} \approx 0,583.$$

Environ 58,3 % des personnes qui ont voté pour Hervé sont des filles.