

Première partie – Automatismes

6 points

Chaque bonne réponse vaut 0,5 point; aucune justification n'est exigée.

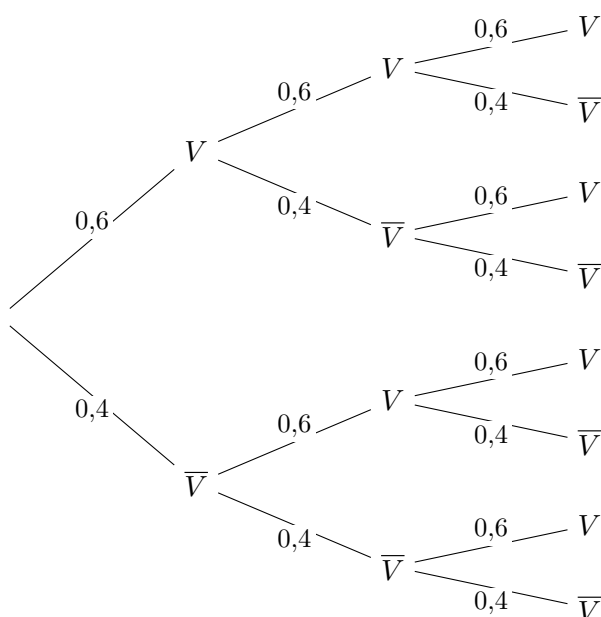
N°	Réponse	Éléments de méthode
1	$+25\%$	$\frac{15 - 12}{12} = \frac{3}{12} = 0,25.$
2	40 €	Coefficient 1,25 : prix initial = $\frac{50}{1,25} = 40.$
3	$+25\%$	Coefficient 0,8; le coefficient réciproque est $\frac{1}{0,8} = 1,25.$
4	$\frac{3}{2}$	$\frac{2 \times 9}{3 \times 4} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}.$
5	$x = 6$	$4x - 2x = 5 + 7 \iff 2x = 12.$
6	$x(x - 6)$	Facteur commun $x.$
7	$S = \{0; 1\}$	La courbe passe par $(0; 2)$ et $(1; 2).$
8	$[-1; 2]$	La courbe est au-dessus de l'axe des abscisses, ou sur cet axe, entre -1 et $2.$
9	$y = 3x - 2$	$y = mx + p$ avec $m = 3$ et ordonnée à l'origine $p = -2.$
10	10	$\frac{8 + 12 + 15 + 9 + 6}{5} = \frac{50}{5} = 10.$
11	24%	$\frac{60}{250} = \frac{24}{100}.$
12	$0,15$	$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,5 = 0,15.$

Exercice 1 – Les feux tricolores du trajet à vélo

5 points

Barème indicatif, en points : 1) 1,5; 2) 0,5; 3) 1; 4) 1; 5) 1.

- 1) Les trois feux sont indépendants : à chaque niveau, la branche V porte 0,6 et la branche $\bar{V}$ porte $1 - 0,6 = 0,4$.



- 2) Naïm passe sans s'arrêter si les trois feux sont verts : c'est le chemin $V \rightarrow V \rightarrow V$. On multiplie les probabilités le long du chemin :

$$P(VVV) = 0,6 \times 0,6 \times 0,6 = \boxed{0,216}.$$

- 3) S'arrêter à exactement un feu correspond à trois chemins : $\bar{V}VV$, $V\bar{V}V$ et $VV\bar{V}$. Chacun a pour probabilité $0,4 \times 0,6 \times 0,6 = 0,144$. Donc

$$P(\text{exactement un arrêt}) = 3 \times 0,144 = \boxed{0,432}.$$

- 4) L'évènement contraire de « s'arrêter au moins une fois » est « ne s'arrêter à aucun feu », de probabilité 0,216. Donc

$$P(\text{au moins un arrêt}) = 1 - 0,216 = \boxed{0,784}.$$

- 5) Non. Les feux sont indépendants : la probabilité que le troisième feu soit vert est 0,6, que les deux premiers aient été verts ou non. Sur l'arbre, la branche du troisième feu porte toujours 0,6 pour V : le passé n'influence pas le troisième feu.

Exercice 2 — Les déchets non triés de la résidence

4 points

Barème indicatif, en points : 1) 0,5 ; 2) 1 ; 3) 1 ; 4) 1 ; 5) 0,5.

- 1) $\frac{2\,025 - 2\,500}{2\,500} = \frac{-475}{2\,500} = -0,19$. La masse a baissé de 19 % entre 2024 et 2026.

- 2) Entre 2024 et 2026, il y a deux évolutions annuelles. Si le taux annuel moyen est t , le coefficient annuel $1 + t$ vérifie $(1 + t)^2 = \frac{2\,025}{2\,500} = 0,81$. Or $0,9^2 = 0,81$, donc $1 + t = 0,9$ et $t = -0,1$.

Le taux d'évolution annuel moyen est bien de -10% .

3) Chaque année, la masse est multipliée par $0,9$: $d(n+1) = 0,9 \times d(n)$. La suite $(d(n))$ est **géométrique de raison** $0,9$ et de premier terme $2\,500$, donc $d(n) = 2\,500 \times 0,9^n$.

4) La moitié de $2\,500$ kg est $1\,250$ kg. On cherche le premier entier n tel que $2\,500 \times 0,9^n < 1\,250$, c'est-à-dire $0,9^n < 0,5$. Dans le tableau, $0,9^6 = 0,531 > 0,5$ et $0,9^7 = 0,478 < 0,5$: c'est $n = 7$.

La masse de déchets non triés passera sous la moitié de celle de 2024 en $2024 + 7 = 2031$.

5) En 2040, $n = 16$: $d(16) = 2\,500 \times 0,9^{16} \approx 2\,500 \times 0,185$, soit $d(16) \approx 462,5$ kg (le tableau donne $0,9^{16}$ arrondi au millième).

La promesse n'est pas cohérente avec le modèle : en 2040, il resterait encore environ 460 kg de déchets non triés. En multipliant chaque année par $0,9$, la masse diminue mais ne devient jamais nulle.

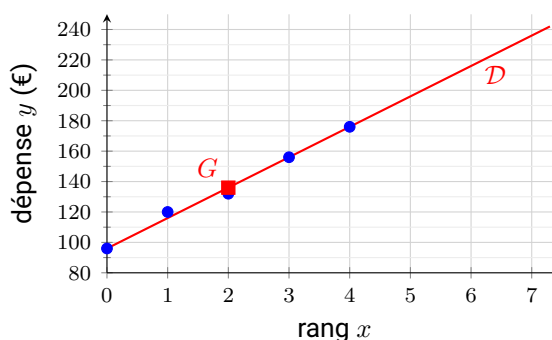
Exercice 3 — Les dépenses de streaming d'un foyer

5 points

Barème indicatif, en points : 1) 1; 2) 1; 3) 0,5; 4) a. 0,5; b. 1; c. 0,5; 5) 0,5.

1) $\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$ et $\bar{y} = \frac{96+120+132+156+176}{5} = \frac{680}{5} = 136$. Le point moyen est $G(2; 136)$.

2) Pour $x = 2$: $20 \times 2 + 96 = 40 + 96 = 136 = \bar{y}$. La droite D passe bien par G . Pour la tracer, on utilise par exemple les points $(0; 96)$ et $(7; 236)$.



3) 2027 correspond au rang $x = 7$: $y = 20 \times 7 + 96 = 140 + 96 = 236$.

Selon cet ajustement, le foyer dépenserait environ 236 € en streaming en 2027.

4) a. $g(4) = -16 + 96 + 96 = 176$. C'est exactement la dépense observée en 2024 (176 €) : le second modèle colle aussi aux données.

b. $x(24-x) = 24x - x^2$, donc $g(x) - 96 = -x^2 + 24x = x(24-x)$.

$g(x) = 96 \iff x(24-x) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 24$ (produit nul).

Les points d'abscisses 0 et 24 ont la même ordonnée 96 : ils sont symétriques par rapport à l'axe de la parabole, dont l'abscisse est le milieu de 0 et 24 : $x = 12$.

- c. Le coefficient de x^2 est négatif : la parabole est tournée vers le bas et son sommet est un maximum. Le rang 12 correspond à $2020 + 12 = 2032$; $g(12) = -144 + 288 + 96 = 240$.

$$g(7) = -49 + 168 + 96 = \boxed{215}.$$

Selon le second modèle, la dépense serait la plus forte en 2032 (240 €); pour 2027, il prévoit 215 €, contre 236 € avec la droite : les deux modèles, tous deux proches des données, ne donnent pas la même prévision.

- 5) *Deux modèles qui collent tous les deux aux données de 2020 à 2024 donnent déjà des prévisions différentes pour 2027; et 2040 (rang 20) est très loin des données observées : rien ne garantit que la dépense continue d'augmenter de 20 € par an pendant seize ans (nouveaux usages, changement de prix, désabonnements). Une extrapolation lointaine est peu fiable.*