

Calculatrice autorisée

Exercice 1

5 points

Rappels de seconde – 1 point par question.

- 1) Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

$$A = (3x - 2)^2 \qquad B = \left(\frac{9}{7}x - 8\right) \left(\frac{9}{7}x + 8\right)$$

- 2) Factoriser, si possible, les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

$$C = 4x^2 - 9 \qquad D = 4x^2 - 10x + 25 \qquad E = 64x^2 - 80x + 25$$

Exercice 2

4 points

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{n}{n+1}$.

- 1) Déterminer les valeurs des trois premiers termes de cette suite. (1 point)
- 2) Quel semble être le sens de variation de (u_n) ? (1 point)
- 3) Démontrer la conjecture de la question 2). (2 points)

Exercice 3

3 points

Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = 3 - 2v_n \end{cases}$$

- 1) Déterminer les valeurs de v_1 et v_2 . (1 point)
- 2) Compléter le programme Python ci-dessous pour qu'il affiche le terme v_{20} . (2 points)

```
1 v = .....
2 for k in range(.....):
3     v = .....
4 print(.....)
```

Exercice 4

4 points

Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = v_n + 2n - 7 \end{cases}$$

- 1) Montrer que $v_1 = -4$. (1 point)
- 2) Déterminer les valeurs des deux termes suivants de cette suite. (1 point)
- 3) Déterminer le sens de variation de (v_n) . (2 points)

Exercice 5

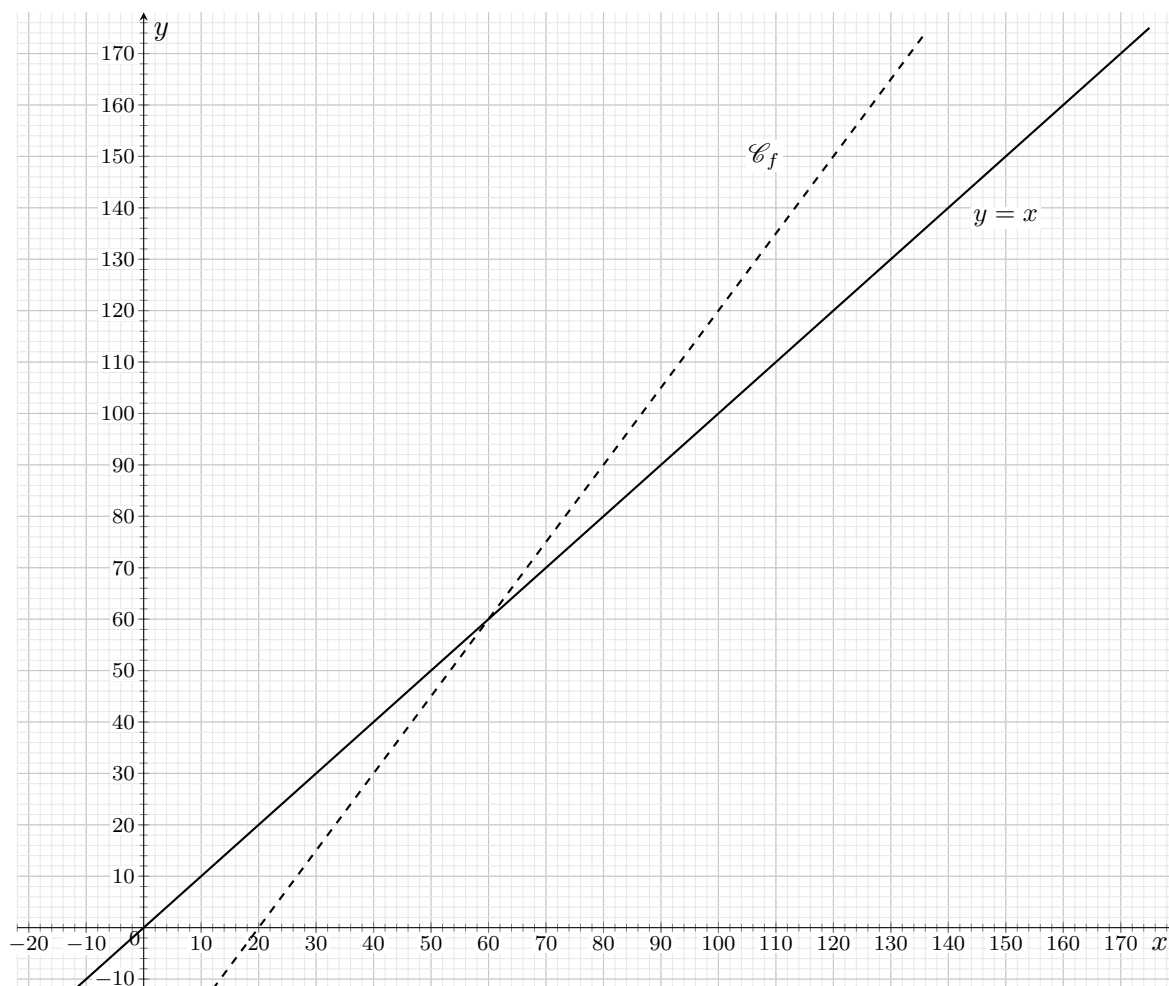
4 points

Une culture de bactéries est mise en place dans un réacteur biologique. Durant chaque heure, dans les conditions maintenues dans le réacteur, la population de bactéries augmente de 50 % et, après chaque heure écoulée, le manipulateur en extrait 30 g.

Au début de la phase étudiée, 80 g de bactéries sont présents dans le réacteur.

Soit (P_n) la suite donnant la masse, en grammes, de la population de bactéries n heures après le début de cette phase. On a donc $P_0 = 80$.

- 1) Calculer P_1 et P_2 et interpréter ces résultats dans le cadre du problème étudié. (1 point)
- 2) La droite d'équation $y = x$ est tracée sur le graphique ci-dessous, de même que la représentation graphique de la fonction f telle que $P_{n+1} = f(P_n)$ (en pointillés).
Utiliser ce graphique pour placer les quatre premiers termes de la suite (P_n) . (2 points)



- 3) D'après la construction graphique, que peut-on supposer pour la quantité de bactéries à long terme? (1 point)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = \dots\dots\dots$$