

Exercice 1 – La console d'entrée d'un atelier de design

6 points

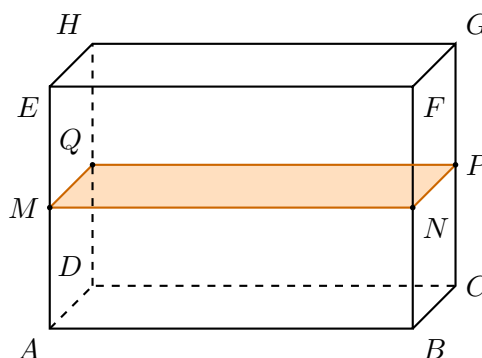
1) (1,5 pt : 0,5 + 1)

a. La face avant est en vraie grandeur à l'échelle $1/20$: $AB = 120 \div 20 = 6 \text{ cm}$ et $AE = 80 \div 20 = 4 \text{ cm}$ sur le dessin.

b. À l'échelle $1/20$, la profondeur 40 cm devient $40 \div 20 = 2 \text{ cm}$. L'arête $[BC]$ est une fuyante : sa longueur est multipliée par le coefficient 0,5, soit $2 \times 0,5 = 1 \text{ cm}$.

2) On place les milieux M, N, P, Q des arêtes verticales $[AE], [BF], [CG], [DH]$ et on trace le parallélogramme $MNPQ$ (la tablette, rectangulaire dans la réalité, est représentée par un parallélogramme) : les segments $[MN]$ et $[QP]$ sont horizontaux, $[NP]$ et $[MQ]$ parallèles aux fuyantes, $[MQ]$ en pointillés car caché. (1,5 pt)

Propriété utilisée : la perspective cavalière conserve les milieux – le milieu réel d'une arête est représenté par le milieu du segment qui la représente.



3) Dans la réalité : $\frac{BC}{AB} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$. Sur le dessin : $\frac{BC}{AB} = \frac{1}{6}$. (1,5 pt)

Les deux rapports sont différents : **les rapports de longueurs ne sont pas toujours conservés**. Ils le sont seulement pour des segments **parallèles** (ou portés par une même droite) : par exemple

$\frac{AE}{AB} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$ dans la réalité et $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ sur le dessin (face avant, en vraie grandeur), ou encore $\frac{AI}{AB}$ pour tout point I de $[AB]$.

4) Le raisonnement est faux car **la perspective cavalière ne conserve pas les angles** : l'angle de 45° est l'angle de fuite choisi pour le dessin, il n'est pas l'angle réel. Dans la réalité, $ABCD$ est un rectangle (face d'un pavé droit) et $\widehat{ABC} = 90^\circ$. Seules les faces parallèles au plan de la face avant sont dessinées en vraie grandeur, avec leurs angles réels. (1,5 pt)

Exercice 2 – Le luminaire cubique d'un hall d'hôtel

7 points

- 1) L'arête mesure 6 dm. $C(6; 6; 0)$, $G(6; 6; 6)$, $H(0; 6; 6)$. (1,5 pt)

M est le milieu de $[EF]$ avec $E(0; 0; 6)$ et $F(6; 0; 6)$: $M\left(\frac{0+6}{2}; \frac{0+0}{2}; \frac{6+6}{2}\right) = M(3; 0; 6)$.

N est sur $[CG]$ à 20 cm = 2 dm au-dessus de C : $N(6; 6; 2)$.

- 2) Dans un repère orthonormal, $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2}$: (1,5 pt)

$$MN = \sqrt{(6-3)^2 + (6-0)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{9+36+16} = \sqrt{61} \approx 7,81 \text{ dm.}$$

La tige mesure environ 78,1 cm.

- 3) (1,5 pt)

$$OA = \sqrt{(0-3)^2 + (0-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27}$$

$$OG = \sqrt{(6-3)^2 + (6-3)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27}$$

Donc $OA = OG = \sqrt{27} \approx 5,196$ dm, soit 52,0 cm. **L'ampoule, placée au centre du cube, est à la même distance (52,0 cm) des sommets A et G : elle est au milieu de la grande diagonale $[AG]$ de l'armature.**

- 4) (1,5 pt : 1 + 0,5)

- a. Le centre de la face supérieure $EFGH$ est le milieu de $[EG]$: $T(3; 3; 6)$. Le point L est à la verticale de T , 20 cm = 2 dm plus haut : $L(3; 3; 6+2) =$ $L(3; 3; 8)$.

$$LE = \sqrt{(0-3)^2 + (0-3)^2 + (6-8)^2} = \sqrt{9+9+4} = \sqrt{22} \approx 4,69 \text{ dm.}$$

Le câble $[LE]$ mesure environ 46,9 cm.

- b. Pour chacun des sommets $F(6; 0; 6)$, $G(6; 6; 6)$ et $H(0; 6; 6)$, les écarts de coordonnées avec $L(3; 3; 8)$ sont, au signe près, 3, 3 et 2 : les carrés sont les mêmes et chaque distance vaut $\sqrt{9+9+4} = \sqrt{22}$. Autrement dit, L est à la verticale du centre de la face $EFGH$, à égale distance de ses quatre sommets.

- 5) Longueur totale de câble : $4 \times 46,9 = 187,6$ cm, et 2 m = 200 cm. (1 pt)

Il faut environ 187,6 cm de câble pour les quatre suspentes : le rouleau de 2 m suffit, avec une marge d'environ 12 cm (hors nœuds et fixations).

Exercice 3 – La cloison de verre d'une vitrine cubique

7 points

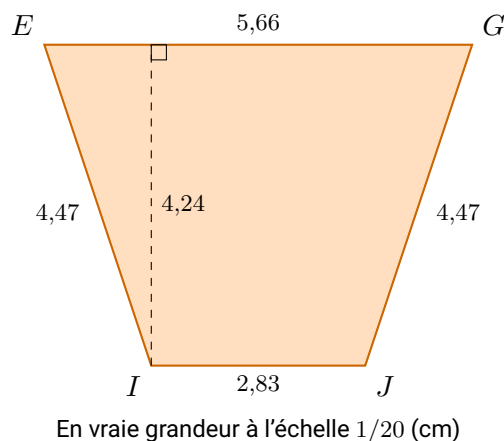
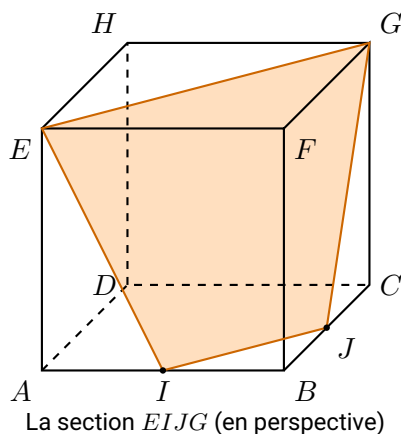
- 1) Dans le triangle ABC , I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$. D'après le théorème des milieux, la droite (IJ) est parallèle au troisième côté : $(IJ) \parallel (AC)$. (1 pt)

- 2) Le plan (EIJ) coupe la face $ABCD$ selon la droite (IJ) . Les faces $ABCD$ et $EFGH$ sont parallèles : un plan qui coupe deux plans parallèles les coupe selon deux droites parallèles. Le plan (EIJ) coupe donc la face supérieure selon la droite passant par E et parallèle à (IJ) , donc pa-

rallèle à (AC) (propriété rappelée dans l'énoncé). (1 pt)

Or $ACGE$ est un rectangle ($[AE]$ et $[CG]$ sont deux arêtes verticales parallèles et de même longueur), donc $(EG) \parallel (AC)$. La parallèle à (AC) passant par E est (EG) : la cloison contient le segment $[EG]$.

- 3) On trace $[IJ]$ sur la face du bas, $[EG]$ sur la face du haut, puis $[EI]$ sur la face avant $ABFE$ et $[JG]$ sur la face de droite $BCGF$. La section $EIJG$ a deux côtés parallèles ($[IJ]$ et $[EG]$) de longueurs différentes : c'est un trapèze (isocèle, voir question 5). (1,5 pt)



- 4) Dans le triangle IBJ rectangle en B , $IB = BJ = 40$ cm : $IJ = \sqrt{40^2 + 40^2} = \sqrt{3200} \approx 56,6$ cm. (2 pts)

$[EG]$ est une diagonale du carré $EFGH$ de côté 80 cm : $EG = \sqrt{80^2 + 80^2} = \sqrt{12800} \approx 113,1$ cm.

Dans le triangle EAI rectangle en A , $EA = 80$ cm et $AI = 40$ cm : $EI = \sqrt{80^2 + 40^2} = \sqrt{8000} \approx 89,4$ cm.

(De même $JG = \sqrt{40^2 + 80^2} = EI$: le trapèze est bien isocèle.)

- 5) (1,5 pt : 1 + 0,5)

- a. Dans un trapèze isocèle, la hauteur issue de I tombe sur la grande base à une distance $\frac{EG - IJ}{2} = \frac{113,14 - 56,57}{2} \approx 28,28$ cm de E (valeur exacte $20\sqrt{2}$). D'après le théorème de Pythagore, $h^2 = EI^2 - 28,28^2 = 8000 - 800 = 7200$, donc $h = \sqrt{7200} \approx 84,9$ cm.
- Aire = $\frac{(IJ + EG) \times h}{2} = \frac{(56,57 + 113,14) \times 84,85}{2} \approx 7200$ cm² (valeur exacte : $\frac{(40\sqrt{2} + 80\sqrt{2}) \times 60\sqrt{2}}{2} = 7200$).

La cloison de verre a une aire de 7 200 cm², soit 0,72 m².

- b. À l'échelle 1/20 : $EG \approx 5,66$ cm, $IJ \approx 2,83$ cm, $EI = JG \approx 4,47$ cm, hauteur $\approx 4,24$ cm. On trace $[EG]$, la parallèle à 4,24 cm, et on place I et J à 1,41 cm de chaque extrémité (figure ci-dessus, à droite).