

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – La console d'entrée d'un atelier de design

6 points

Un atelier de design conçoit une console d'entrée en forme de pavé droit $ABCDEFGH$: longueur $AB = 120$ cm, profondeur $BC = 40$ cm, hauteur $AE = 80$ cm. La figure ci-contre la représente en perspective cavalière : la face avant $ABFE$ est dessinée en vraie grandeur à l'échelle $1/20$, les arêtes de profondeur (fuyantes) font un angle de 45° avec l'horizontale et sont réduites par le coefficient $0,5$.

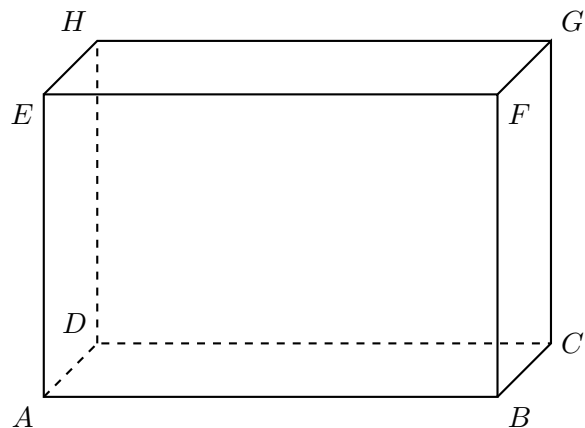


Figure à compléter et à rendre avec la copie

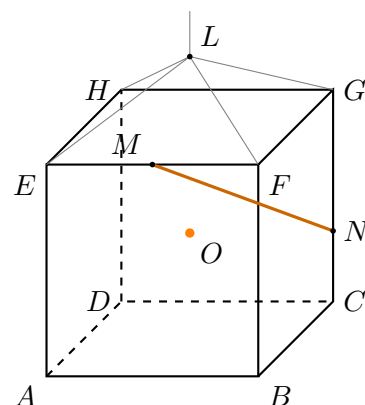
- 1) a. Quelles sont, en centimètres, les longueurs des segments $[AB]$ et $[AE]$ sur le dessin ?
b. Expliquer pourquoi le segment $[BC]$ mesure 1 cm sur le dessin.
- 2) Une tablette horizontale, de même longueur et de même profondeur que la console, est fixée à mi-hauteur. Construire sur la figure le quadrilatère représentant cette tablette (un rectangle dans la réalité), puis indiquer quelle propriété de la perspective cavalière permet de placer ses sommets sans aucune mesure.
- 3) Dans la réalité, calculer le rapport $\frac{BC}{AB}$, puis le rapport $\frac{BC}{AB}$ mesuré sur le dessin. Les rapports de longueurs sont-ils toujours conservés par la perspective cavalière ? Dans quel cas le sont-ils ?
- 4) Un élève écrit sur sa copie : « Sur le dessin, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 45° , donc la console a des coins à 45° : ce n'est pas un pavé droit. » Expliquer, en citant une propriété de la perspective cavalière, pourquoi ce raisonnement est faux.

Exercice 2 – Le luminaire cubique d'un hall d'hôtel

7 points

Un luminaire suspendu a la forme d'une armature cubique $ABCDEFGH$ d'arête 60 cm. On munit l'espace du repère orthonormal $(A; I, J, K)$ où I, J et K sont les points des arêtes $[AB]$, $[AD]$ et $[AE]$ tels que $AI = AJ = AK = 10$ cm : l'unité est le décimètre. Ainsi $B(6; 0; 0)$ et $E(0; 0; 6)$. Une tige rigide relie le point M , milieu de l'arête $[EF]$, au point N de l'arête $[CG]$ tel que $CN = 20$ cm. L'ampoule est placée au centre O du cube. Le luminaire est suspendu par quatre câbles identiques reliant les sommets E, F, G et H de la face supérieure à un point L du plafond situé 20 cm au-dessus du centre de cette face.

Les longueurs demandées seront arrondies au millimètre.



- 1) Donner les coordonnées des points C, G, H, M et N .

- 2) Calculer la longueur MN de la tige, en centimètres.
- 3) Le centre O du cube a pour coordonnées $(3; 3; 3)$. Montrer que $OA = OG$ et donner cette longueur en centimètres. Interpréter.
- 4)
 - a. Justifier que le point L a pour coordonnées $(3; 3; 8)$, puis calculer la longueur LE en centimètres.
 - b. Expliquer, sans refaire le calcul, pourquoi les câbles $[LF]$, $[LG]$ et $[LH]$ ont la même longueur que $[LE]$.
- 5) L'artisan dispose d'un rouleau de 2 m de câble. Est-ce suffisant pour suspendre le luminaire? Répondre par une phrase justifiée.

Exercice 3 – La cloison de verre d'une vitrine cubique

7 points

Une vitrine d'exposition a la forme d'un cube $ABCDEFGH$ d'arête 80 cm. Une cloison plane en verre est fixée à l'intérieur : elle passe par le sommet E et par les points I et J , milieux respectifs des arêtes $[AB]$ et $[BC]$. On cherche à déterminer la forme et les dimensions exactes de cette cloison, c'est-à-dire la section du cube par le plan (EIJ) .
 Les longueurs demandées seront arrondies au millimètre, l'aire au cm^2 .

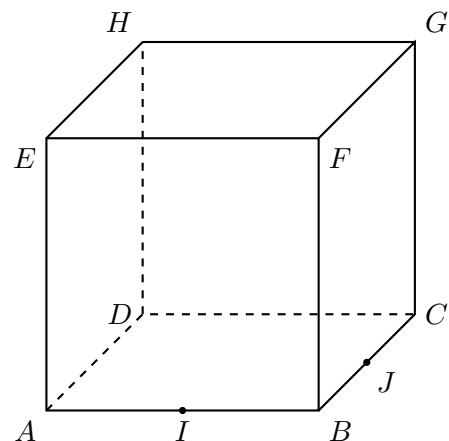


Figure à compléter et à rendre avec la copie

- 1) Justifier que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles.
- 2) On rappelle que, si un plan coupe deux plans parallèles, alors les deux droites d'intersection sont parallèles.
 Les faces $ABCD$ et $EFGH$ sont parallèles. En déduire que la cloison contient le segment $[EG]$. (On pourra remarquer que $ACGE$ est un rectangle.)
- 3) Construire la section du cube par le plan (EIJ) sur la figure. Quelle est la nature de ce quadrilatère?
- 4) Calculer, en centimètres, les longueurs IJ , EG et EI .
- 5)
 - a. On admet que la section est un trapèze isocèle de bases $[IJ]$ et $[EG]$. Calculer sa hauteur, puis en déduire l'aire de la cloison de verre en cm^2 .
 - b. Représenter la cloison en vraie grandeur à l'échelle $1/20$.