

Exercice 1 – Le carnet de croquis d’une designer (réponses courtes) 4 points

N°	Réponse	Pour comprendre
1	60°	Les six sommets partagent le tour complet en six angles égaux : $360 \div 6 = 60$.
2	135°	Angle au centre $360 \div 8 = 45^\circ$; dans le triangle isocèle formé par le centre et deux sommets consécutifs, les angles à la base valent $(180 - 45) \div 2 = 67,5^\circ$; un angle intérieur est formé de deux de ces angles : $2 \times 67,5 = 135$. (Formule : $180 - \frac{360}{8}$.)
3	35 cm	$5 \times 7 = 35$.
4	10	Un polygone régulier à n côtés possède n axes de symétrie : pour n pair, 5 axes passent par deux sommets opposés et 5 par les milieux de deux côtés opposés.
5	hexagone	Angle intérieur 120° donc angle au centre $180 - 120 = 60^\circ$, et $360 \div 60 = 6$ côtés.
6	9	$36 \div 4 = 9$.
7	10 cm	Le polygone a un nombre pair de côtés : chaque sommet a un sommet diamétralement opposé (6 angles au centre de $360 \div 12 = 30^\circ$ font 180°). La plus grande diagonale est donc un diamètre du cercle : $2 \times 5 = 10$.
8	18 cm^2	Les deux diagonales d’un carré sont perpendiculaires et de même longueur : l’aire est la moitié de 6×6 , soit 18. (Ou : côté c avec $c^2 + c^2 = 36$, donc $c^2 = 18$.)

Exercice 2 – La rosace d’une vitrine
7 points

- 1) Les six sommets de l’hexagone régulier partagent le tour complet en six angles au centre égaux : $\widehat{AOB} = \frac{360}{6} = 60^\circ$. (1,5 pt)

Le triangle OAB est isocèle en O car $OA = OB = 4 \text{ cm}$ (rayons du cercle). Ses deux angles à la base sont donc égaux et valent $(180 - 60) \div 2 = 60^\circ$: les trois angles mesurent 60° , le triangle OAB est équilatéral. On en déduit $AB = OA = 4 \text{ cm}$.

- 2) Les six côtés mesurent 4 cm : périmètre = $6 \times 4 = 24 \text{ cm}$. (0,5 pt)

- 3) Dans le triangle équilatéral OAB , la droite (OH) passe par le sommet O et le milieu H de $[AB]$: c’est la hauteur issue de O , donc le triangle OHA est rectangle en H , avec $AH = \frac{AB}{2} = 2 \text{ cm}$. (1 pt)

D’après le théorème de Pythagore : $OA^2 = OH^2 + AH^2$, soit $16 = OH^2 + 4$, donc $OH^2 = 12$ et $OH = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

4) Aire du triangle OAB (base AB , hauteur OH) : $\frac{AB \times OH}{2} = \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. (1,5 pt)

L'hexagone est formé de six triangles identiques à OAB : aire = $6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

5) L'angle intérieur $\widehat{ABC}$ est formé des deux angles à la base $\widehat{OBA}$ et $\widehat{OBC}$ des triangles équilatéraux OAB et OBC : $\widehat{ABC} = 60 + 60 = 120^\circ$. (0,5 pt)

6) (2 pts : 1 + 1)

a. La rotation de centre O et d'angle 60° transforme A en B et B en C , donc le triangle OAB en le triangle OBC . En l'appliquant 5 fois de suite, on obtient les cinq autres triangles OBC, OCD, ODE, OEF, OFA : l'hexagone entier.

b. La hauteur (OH) est aussi un axe de symétrie du triangle équilatéral OAB (c'est la médiane de $[AB]$) : la symétrie axiale d'axe (OH) transforme O en O , H en H et A en B , donc le triangle OAH en le triangle OBH .

Le triangle OAB est la réunion de OAH et de son image OBH , et l'hexagone s'obtient à partir de OAB par la rotation de la question a. : en enchaînant la symétrie d'axe (OH) puis cette rotation, le seul triangle rectangle OAH suffit comme **motif élémentaire de l'hexagone**.

Exercice 3 – La bordure d'un foulard imprimé

9 points

1) (4 pts : 2,5 + 0,5 + 1)

a. Aire de T : $\frac{2 \times 1}{2} = 1 \text{ cm}^2$. D'après le théorème de Pythagore, l'hypoténuse h vérifie $h^2 = 2^2 + 1^2 = 5$, donc $h = \sqrt{5} \text{ cm}$. Périmètre : $2 + 1 + \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5} \text{ cm}$. (Détail : aire 0,5; hypoténuse par le théorème de Pythagore 1,5; périmètre exact 0,5.)

b. On passe d'un carré au suivant par la translation qui décale la figure de 4 cm vers la droite (horizontalement, de la longueur d'un côté de carré).

c. Le triangle du coin en bas à droite a son angle droit au sommet B et son grand côté vertical : c'est l'image de T par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (un quart de tour).

2) (3 pts : 1 + 1,5 + 0,5)

a. Un quart de tour de centre O envoie le sommet A sur B , B sur C , C sur D . L'image de T par le quart de tour a son angle droit en B , un côté de 2 cm le long de $[BC]$ et un côté de 1 cm le long de $[BA]$; par le demi-tour, l'angle droit est en C (côté de 2 cm le long de $[CD]$, côté de 1 cm le long de $[CB]$); par les trois quarts de tour, l'angle droit est en D (côté de 2 cm le long de $[DA]$, côté de 1 cm le long de $[DC]$). On retrouve le « moulin » de la figure 1.

b. Chaque point est décalé de 4 cm vers la droite : le carré $BB'C'C$ et ses quatre triangles.

c. Une rotation de 180° est un demi-tour : l'image de T par la rotation d'angle 180° est aussi

son image par la symétrie centrale de centre O .

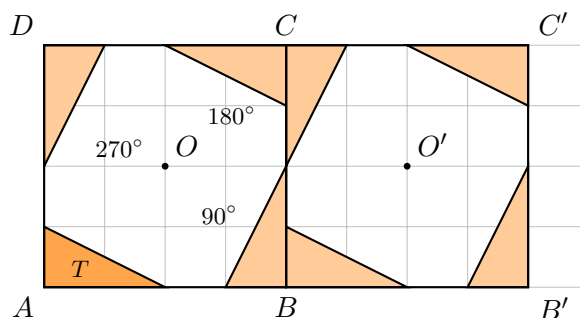


Figure 2 complétée (réduite ici ; sur le sujet, un carreau mesure 1 cm) :
les trois images de T par les rotations de centre O , puis le carré translaté.

3)

(2 pts : 1 + 1)

- a. Les quatre triangles ont la même aire que T (une rotation conserve les aires) : aire colorée = $4 \times 1 =$ 4 cm^2 . Le carré a pour aire $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$, donc la couleur occupe $\frac{4}{16} =$ $\frac{1}{4}$ de la surface du carré.
- b. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 4 = 25$: la frise comporte 25 carrés entiers. Aire imprimée : $25 \times 4 =$ 100 cm^2 .

Sur le mètre de bordure, la frise se répète 25 fois exactement et la surface imprimée en couleur est de 100 cm^2 , soit un quart de la bordure.