

Automatismes

4 points

Chaque bonne réponse vaut 0,5 point; aucune justification n'est exigée.

N°	Réponse	Pour comprendre
1	9%	Proportion d'une proportion : $0,6 \times 0,15 = 0,09$.
2	37,5%	$\frac{3}{8} = 0,375$ (la moitié de $\frac{3}{4} = 0,75$).
3	$y = 2x + 2$	Coefficient directeur $\frac{10 - 2}{4 - 0} = 2$; ordonnée à l'origine 2 (point A).
4	6	$-0,5x + 3 = 0 \iff x = 6$.
5	90°	25 % de 360° : $\frac{360}{4} = 90$.
6	0,2	$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,4 \times 0,5$.
7	0,03125	Un seul chemin, cinq succès : $0,5^5 = \frac{1}{32}$.
8	1 000	$\log(y) = 3 \iff y = 10^3$.

Exercice 1 – Les vues d'un premier clip

6 points

- 1) $\frac{6,0}{3,9} \approx 1,54$ et $\frac{65,2}{39,6} \approx 1,65$. (0,5 pt)

D'un jour à l'autre, le nombre de vues est multiplié par un nombre à peu près constant (environ 1,5 à 1,7) : les accroissements sont de plus en plus grands (+2,1 milliers le deuxième jour, +25,6 milliers le septième). *La croissance est de type exponentiel et non linéaire : les points $(x; y)$ ne sont pas alignés, un ajustement affine de y en x n'est pas adapté.*

- 2) (1 pt)

Jour x	1	2	3	4	5	6	7
$z = \log(y)$	0,59	0,78	1,00	1,18	1,41	1,60	1,81

Les valeurs de z augmentent d'environ 0,2 chaque jour : les points $(x; z)$ sont presque alignés.

- 3) La calculatrice (régression linéaire sur les couples $(x; z)$, avec les valeurs de z arrondies du tableau) donne : (1 pt)

$$z = 0,204x + 0,380$$

(Avec les valeurs de z non arrondies, on obtient $b \approx 0,381$: résultat accepté.)

- 4) $z = \log(y)$ équivaut à $y = 10^z$. Avec les propriétés des fonctions exponentielles : (1,5 pt)

$$y \approx 10^{0,204x+0,380} = 10^{0,380} \times (10^{0,204})^x \approx 2,40 \times 1,60^x$$

Donc $k \approx 2,40$ et $q \approx 1,60$. *Multiplier par 1,60 chaque jour revient à augmenter de 60 % : selon ce modèle, le nombre de vues cumulées augmente d'environ 60 % par jour.*

- 5) Un million de vues correspond à $y = 1\,000$ (milliers), soit $z = \log(1\,000) = 3$. (1 pt)

$$0,204x + 0,380 > 3 \iff x > \frac{3 - 0,380}{0,204} \approx 12,8.$$

Selon le modèle, le clip dépasserait un million de vues à partir du 13^e jour. (Avec $y = 2,40 \times 1,60^x$, on trouve de même $x > \frac{\log(1\,000/2,40)}{\log(1,60)} \approx 12,8$.)

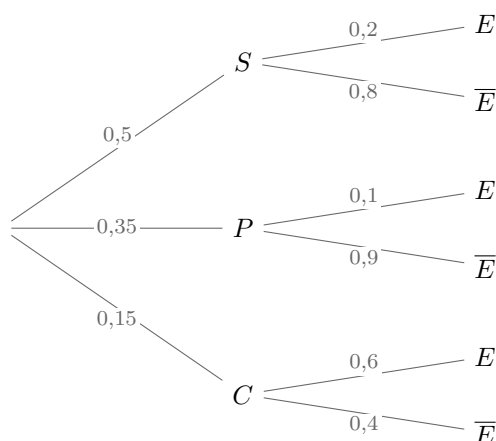
- 6) Pour $x = 30$: $z \approx 0,204 \times 30 + 0,380 = 6,5$, donc $y \approx 10^{6,5} \approx 3\,162\,000$ milliers, soit environ 3,2 milliards de vues. (1 pt)

C'est environ 40 % de la population mondiale (un peu plus de 8 milliards d'habitants), pour le clip d'un groupe débutant : le résultat est absurde. Le modèle exponentiel décrit bien les premiers jours, mais une hausse de 60 % par jour ne peut pas durer ; l'extrapolation loin des données (ici quatre fois la durée observée) n'est pas fiable.

Exercice 2 – Trois sources de candidatures

5 points

- 1) (1 pt)



- 2) On suit le chemin C puis E : $P(C \cap E) = P(C) \times P_C(E) = 0,15 \times 0,6 = \text{0,09}$. (0,5 pt)

- 3) S , P et C forment une partition de l'univers (chaque candidature vient d'une seule source, et de l'une des trois). Formule des probabilités totales : (1,5 pt)

$$P(E) = P(S \cap E) + P(P \cap E) + P(C \cap E) = 0,5 \times 0,2 + 0,35 \times 0,1 + 0,09 = 0,1 + 0,035 + 0,09 = \text{0,225}.$$

- 4) On cherche $P_E(C)$: (1,5 pt)

$$P_E(C) = \frac{P(C \cap E)}{P(E)} = \frac{0,09}{0,225} = \text{0,4}.$$

Les cooptations ne représentent que 15 % des candidatures, mais 40 % des candidats convoqués en entretien : une candidature recommandée par un salarié a beaucoup plus de chances d'être retenue.

- 5) $P(\overline{E}) = 1 - 0,225 = 0,775$ et $P(P \cap \overline{E}) = 0,35 \times 0,9 = 0,315$, donc (0,5 pt)

$$P_{\overline{E}}(P) = \frac{0,315}{0,775} \approx 0,406, \text{ soit environ } \boxed{40,6 \%}.$$

La responsable a raison : environ 40,6 % des candidats non convoqués viennent de la plateforme, un peu plus de 40 %.

Exercice 3 – Les petits-déjeuners d’une maison d’hôtes

5 points

- 1) Pour chaque chambre, deux issues : « petit-déjeuner commandé » (succès, probabilité 0,8) ou non. Les 6 chambres donnent 6 épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes; X compte les succès : X suit la loi binomiale $\boxed{B(6; 0,8)}$. (1 pt)

- 2) $P(X = 6) = 0,8^6 \approx \boxed{0,262}$: un seul chemin, six succès. (0,5 pt)

- 3) $\binom{6}{5} = 6$ (lu sur la ligne $n = 6$ du triangle de Pascal donnée : 1 6 15 20 15 6 1) : (1,5 pt)

$$P(X = 5) = 6 \times 0,8^5 \times 0,2 \approx \boxed{0,393}$$

$$P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 6) \approx 0,393216 + 0,262144 \approx \boxed{0,655}.$$

- 4) Elle n’en a pas assez si les 6 chambres commandent : $P(X = 6) \approx \boxed{0,262}$. (1 pt)

Il lui en reste au moins une portion si $X \leq 4$: $P(X \leq 4) = 1 - P(X \geq 5) \approx 1 - 0,655 = \boxed{0,345}$.
Environ un matin sur quatre, la gérante manquera de viennoiseries, et environ un matin sur trois il lui en restera : préparer pour 5 est un compromis, à ajuster selon ce qui coûte le plus cher (un client déçu ou une viennoiserie perdue).

- 5) $E(X) = 6 \times 0,8 = \boxed{4,8}$. Sur 30 jours complets : $30 \times 4,8 = 144$ petits-déjeuners en moyenne, soit une recette moyenne de $144 \times 12 = \boxed{1\,728 \text{ €}}$. (1 pt)

Sur un grand nombre de soirs complets, la maison sert en moyenne 4,8 petits-déjeuners par jour; sur un mois complet, elle peut compter sur une recette d’environ 1 728 €, la recette réelle variant autour de cette valeur.