

Devoir commun de mathématiques – Terminale, voie technologique (toutes séries)

Durée : 2 heures Calculatrice autorisée (mode examen)

Automatismes

4 points

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée : écrire seulement la réponse courte attendue (un nombre, une expression), dans le tableau ou sur la copie en indiquant le numéro de la question. Chaque question vaut 0,5 point.

N°	Énoncé	Réponse
1	Le prix d'une place de cinéma passe de 8 € à 9,20 €. Quel est le taux d'évolution, en pourcentage ?	
2	Un effectif baisse de 20 % une année, puis augmente de 10 % l'année suivante. Quel est le taux d'évolution global sur les deux ans, en pourcentage ?	
3	Un panier de courses coûtait 50 € en 2020 (indice 100) et coûte 57 € en 2025. Quel est son indice en 2025, base 100 en 2020 ?	
4	Donner l'écriture scientifique du nombre 0,000 42.	
5	Écrire $3^x \times 3^{2x}$ sous la forme d'une seule puissance de 3.	
6	On pose $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$. Donner $f'(x)$.	
7	On pose $g(x) = 2x^2 - x$. Quel est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1 ?	
8	La suite u est géométrique, de premier terme $u(0) = 5$ et de raison 2. Calculer $u(0) + u(1) + u(2) + u(3)$.	

DEUXIÈME PARTIE (16 points)

Cette partie comporte trois exercices indépendants. Les réponses doivent être justifiées; les questions qui demandent une interprétation appellent une réponse rédigée en phrases.

Exercice 1 – L'agrandissement d'une librairie (deux documents)

8 points

La gérante d'une librairie indépendante veut agrandir son magasin en janvier 2031, sans emprunter.

Document 1 – Le plan de la gérante

« Je verserai 6 000 € le 1^{er} janvier de chaque année, de 2027 à 2031, sur un placement à intérêts composés au taux annuel de 2,5 % : chaque 1^{er} janvier, la somme placée augmente de 2,5 %, juste avant le nouveau versement. En janvier 2031, la somme placée paiera les travaux. »

Document 2 – Le coût des travaux

Un artisan a chiffré les travaux à 32 000 € en janvier 2026. Pour un chantier identique, il avait établi un devis de 28 400 € en janvier 2020. Le coût des travaux augmente chaque année.

- 1) À l'aide du document 2, calculer le taux d'évolution annuel moyen du coût des travaux entre janvier 2020 et janvier 2026. Donner le résultat en pourcentage, arrondi à 0,1 %.
- 2) On suppose désormais que le coût des travaux augmente de 2 % par an à partir de janvier 2026. On note $c(n)$ ce coût, en euros, en janvier de l'année 2026 + n ; ainsi $c(0) = 32\,000$. Préciser la nature de la suite $(c(n))$ et sa raison, exprimer $c(n)$ en fonction de n , puis calculer le coût prévu en janvier 2031. Arrondir à l'euro.
- 3) On note V la somme placée en janvier 2031, juste après le dernier versement.
 - a. Que vaut en janvier 2031 le versement fait en janvier 2027? Arrondir au centime.
 - b. Expliquer pourquoi $V = 6\,000 + 6\,000 \times 1,025 + 6\,000 \times 1,025^2 + 6\,000 \times 1,025^3 + 6\,000 \times 1,025^4$. Écrire cette somme avec le symbole Σ , préciser son nombre de termes, puis calculer V . Arrondir à l'euro.
- 4) Le plan de la gérante lui permettra-t-il de payer les travaux en janvier 2031? Répondre par une phrase.
- 5) Quel versement annuel constant, de 2027 à 2031, faudrait-il prévoir pour que la somme placée en janvier 2031 couvre exactement le coût prévu à la question 2? Arrondir à l'euro supérieur.

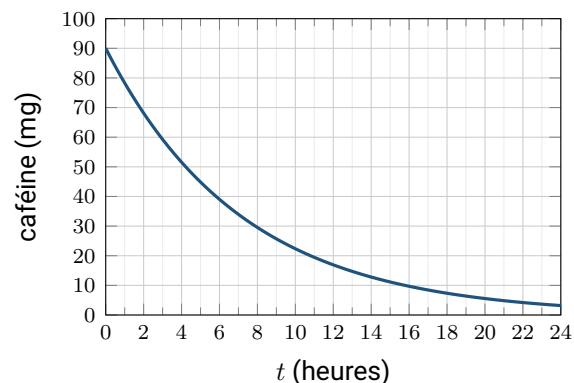
Exercice 2 – La caféine d'un café

5 points

On boit un café à 8 heures. On modélise la quantité de caféine présente dans le sang, en milligrammes, t heures plus tard, par

$$f(t) = 90 \times 0,87^t, \quad t \in [0; 24].$$

La courbe de f est tracée ci-contre.



- 1) Déterminer, en justifiant, le sens de variation de la fonction f sur $[0; 24]$.
- 2) Calculer les valeurs exactes de $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$, puis vérifier que $f(2)$ est la moyenne géométrique de $f(1)$ et $f(3)$.
- 3) Montrer que, pour tout réel t de $[0; 19]$, $f(t+5) = 0,87^5 \times f(t)$. Calculer $0,87^5$, arrondi à 0,01, et en déduire une propriété de la quantité de caféine, énoncée par une phrase.
- 4) Déterminer graphiquement à partir de quelle heure de la journée, à l'heure près, la quantité de caféine devient inférieure à 20 mg.
- 5) Une personne boit le même café à 16 heures et se couche à 23 heures. Calculer la quantité de caféine présente au coucher (arrondie au mg) et expliquer pourquoi on déconseille le café en fin d'après-midi.

Exercice 3 – Puissances et moyennes (vrai ou faux)

3 points

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1) Pour tout réel x , $0,8^{x+1} = 0,8^x - 0,2$.
- 2) Pour tout réel x , $4^x = 2 \times 2^x$.
- 3) La moyenne géométrique des nombres 2 et 50 est 26.
- 4) La suite v est arithmétique, de premier terme $v(0) = 2$ et de raison 3. Alors $\sum_{k=0}^{20} v(k) = 672$.