

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – Tirages, chemins et triangle de Pascal (vrai ou faux) 6 points

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1) Dans une classe de 25 élèves, dont 10 sont internes, on tire au sort, l'un après l'autre, trois élèves *différents*.
Affirmation : le nombre d'internes parmi les trois élèves tirés suit une loi binomiale.
- 2) La ligne $n = 7$ du triangle de Pascal est : 1 7 21 35 35 21 7 1.
Affirmation : $\binom{8}{3} = 56$.
- 3) La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(4; 0,5)$.
Affirmation : $P(X = 2) = 0,375$.
- 4) La variable aléatoire Y suit la loi binomiale $\mathcal{B}(10; 0,2)$.
Affirmation : la probabilité que Y soit supérieure ou égale à 1 dépasse 0,9.

Exercice 2 – Calculs avec la loi $\mathcal{B}(6; 0,3)$ 4 points

La ligne $n = 4$ du triangle de Pascal est : 1 4 6 4 1.

- 1) Écrire les lignes $n = 5$ et $n = 6$ du triangle de Pascal.
- 2) La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(6; 0,3)$. Calculer $P(X = 2)$. Arrondir à 10^{-4} .
- 3) Calculer $P(X \leq 1)$. Arrondir à 10^{-4} .

Exercice 3 – Une campagne de SMS promotionnels 10 points

Une enseigne de prêt-à-porter envoie à ses clients inscrits un SMS contenant un code de réduction valable une semaine. Chaque envoi lui coûte 0,05 €. Le service marketing a observé, lors des campagnes précédentes, que :

- 85 % des destinataires n'utilisent pas le code ;
- 12 % l'utilisent pour un petit achat, qui rapporte à l'enseigne une marge de 8 € ;
- 3 % l'utilisent pour un gros achat, qui rapporte une marge de 20 €.

Partie A – Ce que rapporte un SMS

On choisit un destinataire au hasard. On note G le gain de l'enseigne pour ce SMS, en euros : marge éventuelle, moins le coût de l'envoi.

- 1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, qui donne la loi de probabilité de G .

g_i (en €)	-0,05		
$P(G = g_i)$			

- 2) Calculer l'espérance $E(G)$.

- 3) L'enseigne prévoit d'envoyer 2 000 SMS. Interpréter $E(G)$ dans ce contexte, puis estimer le gain total que l'enseigne peut espérer de cette campagne.

Partie B – Dix clients sous la loupe

Pour une enquête de satisfaction, on choisit au hasard 10 destinataires du SMS. Le fichier des clients est assez grand pour assimiler ce choix à des tirages avec remise. On note X le nombre de clients, parmi ces 10, qui ont utilisé le code (pour un petit ou un gros achat).

- 4) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 5) Calculer $P(X = 0)$ et interpréter ce résultat dans le contexte. *Arrondir à 10^{-4} .*
- 6) La ligne $n = 10$ du triangle de Pascal commence par 1 10 45 120. Calculer $P(X = 2)$. *Arrondir à 10^{-4} .*
- 7) Calculer $P(X \geq 2)$. *Arrondir à 10^{-4} .*
La directrice commerciale affirme : « Parmi les dix clients interrogés, il est plus probable d'en trouver au moins deux qui ont utilisé le code que l'inverse. » A-t-elle raison ? Répondre par une phrase justifiée.
- 8) Calculer l'espérance $E(X)$ et l'interpréter dans le contexte.