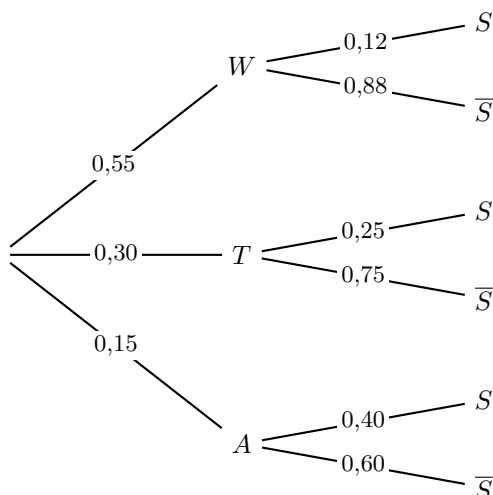


Exercice 1 – Les devis d'une mutuelle santé

10 points

- 1) $P(A) = 1 - 0,55 - 0,30 = 0,15$; sur chaque nœud, les probabilités des branches ont pour somme 1. (1,5 pt)



- 2) $P(T \cap S) = P(T) \times P_T(S) = 0,30 \times 0,25 = \boxed{0,075}$. (1 pt)
7,5 % des demandes de devis arrivent par téléphone et aboutissent à une souscription.

- 3) W, T, A forment une partition de l'univers; d'après la formule des probabilités totales : (1,5 pt)

$$P(S) = P(W \cap S) + P(T \cap S) + P(A \cap S) = 0,55 \times 0,12 + 0,075 + 0,15 \times 0,40 \\ = 0,066 + 0,075 + 0,06 = \boxed{0,201}.$$

Pour 1 000 demandes de devis, la mutuelle peut espérer environ $1\,000 \times 0,201 = 201$ contrats.

- 4) $P_S(W) = \frac{P(W \cap S)}{P(S)} = \frac{0,066}{0,201} \approx \boxed{0,328}$ et $P_S(A) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{0,06}{0,201} \approx \boxed{0,299}$. (1,5 pt)

- 5) L'affirmation est justifiée : les agences ne reçoivent que 15 % des demandes, mais environ 29,9 % des contrats souscrits viennent des agences, contre environ 32,8 % pour le site internet, qui reçoit pourtant 55 % des demandes. Cela s'explique par un taux de souscription bien plus élevé en agence (40 % contre 12 %). (1 pt)

- 6) $P(\bar{S}) = 1 - 0,201 = 0,799$ et $P(A \cap \bar{S}) = 0,15 \times 0,60 = 0,09$, donc (1,5 pt)

$$P_{\bar{S}}(A) = \frac{0,09}{0,799} \approx \boxed{0,113}.$$

- 7) Avec la nouvelle proportion x sur la branche $W \rightarrow S$, la formule des probabilités totales donne (2 pt)

$$P(S) = 0,55x + 0,075 + 0,06 = 0,55x + 0,135.$$

On veut $0,55x + 0,135 \geq 0,25$, soit $0,55x \geq 0,115$, soit $x \geq \frac{0,115}{0,55} \approx 0,2091$.

La plus petite valeur convenable, arrondie à 0,1 % par excès, est $\boxed{x = 21,0 \%}$.

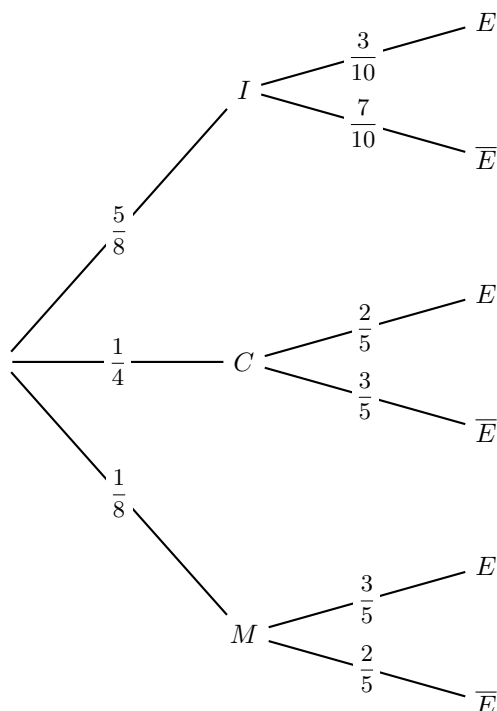
Pour qu'au moins un quart des demandes aboutissent, il faut qu'au moins 21 % des demandes

arrivées par le site internet aboutissent à une souscription, contre 12 % aujourd'hui.

Exercice 2 – Le stage d'été d'une école de musique

4 points

1) $P(I) = \frac{150}{240} = \frac{5}{8}$, $P(C) = \frac{60}{240} = \frac{1}{4}$, $P(M) = \frac{30}{240} = \frac{1}{8}$; $P_I(E) = \frac{45}{150} = \frac{3}{10}$, $P_C(E) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$, $P_M(E) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$. (1,5 pt)



2) Avec le tableau : $P(E) = \frac{87}{240} = \frac{29}{80} = 0,3625$. (1,5 pt)
Avec l'arbre (I, C, M forment une partition) :

$$P(E) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{80} + \frac{8}{80} + \frac{6}{80} = \frac{29}{80} = 0,3625.$$

Les deux calculs concordent.

3) $P_E(C) = \frac{24}{87} = \frac{8}{29} \approx 0,2759$. (1 pt)
Environ 27,6 % des inscrits au stage d'été sont des chanteurs.

Exercice 3 – Ce que dit l'arbre, et ce qu'il ne dit pas (vrai ou faux)

6 points

- 1) **Vrai.** A, B, C forment une partition : ils sont deux à deux incompatibles et leur réunion est l'univers. Les événements $E \cap A, E \cap B, E \cap C$ sont donc deux à deux incompatibles et leur réunion est E ; la probabilité d'une réunion d'événements incompatibles est la somme de leurs probabilités. C'est la formule des probabilités totales. (1,5 pt)

2) Vrai. D'après la formule précédente :

(1,5 pt)

$$P(D) = 0,2 \times 0,1 + 0,5 \times 0,3 + 0,3 \times 0,6 = 0,02 + 0,15 + 0,18 = 0,35.$$

3) Faux. 0,6 est $P_C(D)$, et non $P_D(C)$:

(1,5 pt)

$$P_D(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0,18}{0,35} = \frac{18}{35} \approx 0,514 \neq 0,6.$$

4) Faux. $P_A(D) = 0,1$ alors que $P(D) = 0,35$: $P_A(D) \neq P(D)$, donc D n'est pas indépendant de A .
(1,5 pt)