

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – Les devis d’une mutuelle santé

10 points

Une mutuelle santé reçoit des demandes de devis par trois canaux : son site internet, son plateau téléphonique et ses agences. Une étude portant sur une année montre que :

- 55 % des demandes arrivent par le site internet, 30 % par téléphone et les autres en agence ;
- une demande aboutit à la souscription d’un contrat dans 12 % des cas si elle arrive par le site, dans 25 % des cas si elle arrive par téléphone et dans 40 % des cas si elle est faite en agence.

On choisit une demande de devis au hasard et on note W : « la demande arrive par le site internet », T : « la demande arrive par téléphone », A : « la demande est faite en agence » et S : « la demande aboutit à une souscription ».

- 1) Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.
- 2) Calculer $P(T \cap S)$ et interpréter ce résultat dans le contexte.
- 3) Montrer que $P(S) = 0,201$. Combien de contrats la mutuelle peut-elle espérer pour 1 000 demandes de devis ?
- 4) Une demande a abouti à une souscription. Calculer la probabilité qu’elle soit arrivée par le site internet, puis la probabilité qu’elle ait été faite en agence (*résultats arrondis à 10^{-3}*).
- 5) Le directeur commercial affirme : « Les agences ne reçoivent que 15 % des demandes, mais elles apportent presque autant de contrats que le site internet. » Cette affirmation est-elle justifiée ? Expliquer.
- 6) Calculer la probabilité qu’une demande qui n’a pas abouti ait été faite en agence (*arrondie à 10^{-3}*).
- 7) La mutuelle veut qu’au moins 25 % des demandes aboutissent. Elle décide d’améliorer son site internet, sans rien changer aux deux autres canaux ni à la répartition des demandes. On note x la nouvelle proportion de demandes arrivées par le site qui aboutissent. Déterminer la plus petite valeur de x convenable, *arrondie à 0,1 % par excès*, et l’exprimer par une phrase.

Exercice 2 – Le stage d’été d’une école de musique

4 points

Une école de musique compte 240 adhérents, qui suivent chacun une seule pratique : instrument, chant ou musique assistée par ordinateur (MAO). Le tableau donne la répartition des adhérents et le nombre d’inscrits au stage d’été.

	Instrument	Chant	MAO	Total
Adhérents	150	60	30	240
Inscrits au stage d’été	45	24	18	87

On choisit un adhérent au hasard ; on note I , C , M les événements « il pratique un instrument », « le chant », « la MAO », et E : « il est inscrit au stage d’été ».

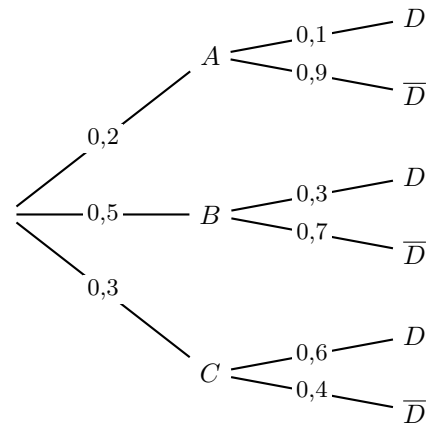
- 1) Construire l’arbre de probabilités correspondant, avec des valeurs exactes (fractions ou décimaux).
- 2) Calculer $P(E)$ de deux façons : à l’aide du tableau, puis à l’aide de l’arbre.

3) Parmi les inscrits au stage, quelle est la proportion de chanteurs? (Arrondir à 0,1 %.)

Exercice 3 — Ce que dit l'arbre, et ce qu'il ne dit pas (vrai ou faux)

6 points

On considère l'arbre ci-contre, où A, B, C forment une partition de l'univers et D est un événement. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. **Toute réponse doit être justifiée.**



- 1) Pour tout événement E , on a $P(E) = P(E \cap A) + P(E \cap B) + P(E \cap C)$.
- 2) $P(D) = 0,35$.
- 3) $P_D(C) = 0,6$.
- 4) On rappelle que, A étant de probabilité non nulle, l'événement D est indépendant de A lorsque $P_A(D) = P(D)$.
Les événements A et D sont indépendants.