

## Exercice 1 – Aller et retour entre $y$ et $\log y$

3 points

- 1)  $z = \log y$  donc  $y = 10^z = 10^{0,5x+2} = 10^2 \times 10^{0,5x} = 100 \times (10^{0,5})^x$ . Comme  $10^{0,5} \approx 3,162$  : (1,5 pt)

$$y \approx 100 \times 3,162^x$$

- 2)  $z = \log(3 \times 2^x) = \log 3 + \log(2^x) = \log 3 + x \log 2$ .  
C'est bien une expression de la forme  $z = mx + p$ , avec  $m = \log 2 \approx 0,301$  et  $p = \log 3 \approx 0,477$ . (1,5 pt)

## Exercice 2 – La taille et la masse des enfants suivis en PMI

9 points

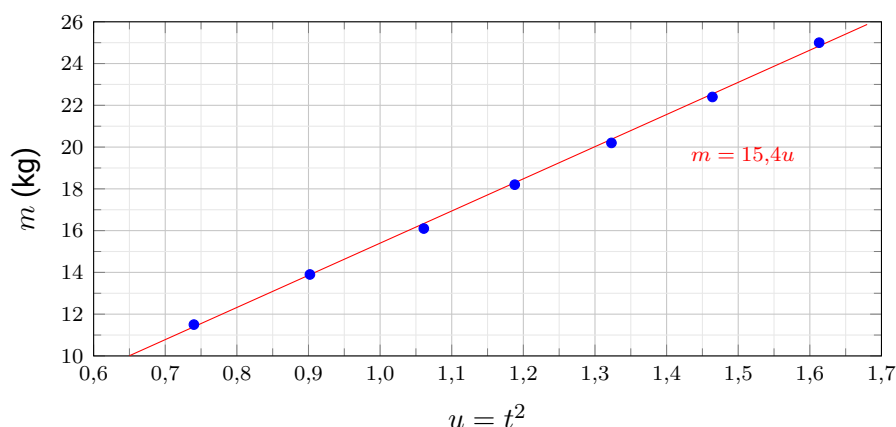
### Partie A

- 1)  $32,7 \times 0,50 - 17,2 = -0,85$  : la droite donne une masse **négative**, ce qui est absurde. (1,5 pt)  
Cet ajustement ne peut servir qu'entre les tailles du tableau (0,86 m à 1,27 m) : hors de cet intervalle, il donne des valeurs sans aucun sens. D'ailleurs les points du nuage  $(t_i ; m_i)$  ne sont pas tout à fait alignés (ils s'incurvent vers le haut).

### Partie B

- 2)  $0,95^2 = 0,9025 \approx 0,902$ ;  $1,09^2 = 1,1881 \approx 1,188$ ;  $1,27^2 = 1,6129 \approx 1,613$ . (1 pt)  
Ligne complète : 0,740; 0,902; 1,061; 1,188; 1,323; 1,464; 1,613.

- 3) (1,5 pt)



Les points  $(u_i ; m_i)$  sont presque alignés : un ajustement affine de  $m$  en  $u$  est pertinent.

- 4) À la calculatrice, avec les valeurs de  $u_i$  arrondies du tableau, coefficients arrondis à  $10^{-2}$  : (1 pt)

$$m = 15,38u - 0,02$$

(avec les valeurs de  $u_i$  non arrondies, on obtient  $m = 15,37u - 0,02$  : réponse acceptée).

L'ordonnée à l'origine,  $-0,02$ , est négligeable devant les masses (de 11 à 25 kg) : on retient, comme l'indique l'énoncé, le modèle  $m = 15,4u$ .

### Partie C

- 5) En remplaçant  $u$  par  $t^2$  :  $m = 15,4t^2$ . (1,5 pt)

Pour  $t = 0,50$  :  $m = 15,4 \times 0,25 = 3,85$ , soit  $3,9 \text{ kg}$  (au lieu d'une masse négative avec la droite de la partie A ; l'ordre de grandeur de la masse d'un nouveau-né, environ 3,5 kg, est respecté).

Pour  $t = 1,30$  :  $m = 15,4 \times 1,69 = 26,026$ , soit  $26,0 \text{ kg}$ .

- 6) Le modèle donne  $\frac{m}{t^2} \approx 15,4$  : selon ce modèle, l'IMC des filles de 2 à 8 ans des courbes de référence est à peu près constant, voisin de  $15,4 \text{ kg/m}^2$ . (On le vérifie dans le tableau :  $\frac{m_i}{t_i^2}$  va de 15,2 à 15,6.) (1,5 pt)

IMC de Léa :  $\frac{27}{1,20^2} = \frac{27}{1,44} = 18,75 \approx 18,8$  ; masse prévue par le modèle :  $15,4 \times 1,44 = 22,176 \approx 22,2 \text{ kg}$ .

Léa pèse environ 4,8 kg de plus que la masse de référence pour sa taille, et son IMC (18,8) est nettement supérieur à celui des courbes de référence (15,4) : c'est un écart que l'infirmière peut signaler au médecin de la PMI.

- 7) Non. Le modèle a été établi pour des filles de 2 à 8 ans, de 0,86 m à 1,27 m : une taille de 1,65 m est très au-delà des données, c'est une extrapolation lointaine. Il donnerait  $15,4 \times 1,65^2 \approx 41,9 \text{ kg}$ , mais rien ne garantit que l'IMC reste constant à l'adolescence (en réalité il augmente) : le modèle ne doit pas être utilisé pour une adolescente. (1 pt)

### Exercice 3 – Ce que vaut une citadine d'occasion (deux documents) 5 points

- 1)  $\frac{13\,900}{15\,800} \approx 0,880$  et  $\frac{6\,100}{7\,000} \approx 0,871$ . (1 pt)

D'une année à la suivante, le prix est multiplié par un coefficient presque constant (environ 0,87 à 0,88) : cela suggère une **évolution exponentielle** (décroissance à taux à peu près constant, d'environ 12 à 13 % par an), et non une baisse d'un même nombre d'euros chaque année.

- 2) Coefficient directeur :  $m = \frac{3,78 - 4,20}{8 - 1} = \frac{-0,42}{7} = -0,06$ . Puis  $4,20 = -0,06 \times 1 + p$ , donc  $p = 4,26$ . (1 pt)

$$z = -0,06a + 4,26$$

- 3)  $P = 10^z = 10^{4,26} \times (10^{-0,06})^a$  avec  $10^{4,26} \approx 18\,197$  et  $10^{-0,06} \approx 0,871$  : (2 pt)

$$P \approx 18\,200 \times 0,871^a$$

Multiplier par 0,871 revient à baisser de  $1 - 0,871 = 0,129$ , soit environ 12,9 % par an.

La « règle d'or » n'est pas cohérente avec la droite de l'article : celle-ci correspond à une perte d'environ 13 % par an, et non de 15 %. (Une perte de 15 % par an donnerait  $q = 0,85$  et une droite de coefficient directeur  $\log 0,85 \approx -0,071$ , plus pentue.)

- 4) Pour  $a = 0$ , le modèle donne  $P \approx 18\,200 \text{ €}$ , alors que la voiture neuve coûte 21 500 €. (1 pt)  
La première année, la citadine perd beaucoup plus que 13 % : de 21 500 € à 15 800 €, soit une baisse d'environ 26,5 %. Le modèle décrit bien la décote à partir d'un an, mais pas la première année.

## Exercice 4 – Une toile hors catalogue

3 points

Démarche attendue : changement de variable, ajustement, estimation, comparaison, regard critique.  
Barème indicatif entre parenthèses.

- **Changement de variable** (0,5 pt) :  $u = c^2$ , c'est l'aire de la toile en  $\text{cm}^2$ .

|                                 |      |      |       |       |       |       |        |
|---------------------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $u = c^2 \text{ (cm}^2\text{)}$ | 400  | 900  | 1 600 | 2 500 | 3 600 | 6 400 | 10 000 |
| Prix $y$ (€)                    | 6,50 | 9,90 | 14,50 | 20,00 | 27,00 | 44,00 | 66,00  |

- **Ajustement** (1 pt) : les points  $(u; y)$  sont presque alignés. À la calculatrice, la droite des moindres carrés est  $y \approx 0,00617u + 4,44$ , soit avec les arrondis demandés  $y = 0,0062u + 4,44$ .  
Interprétation : le prix d'une toile vaut environ 4,44 € (part fixe) plus 0,62 centime par  $\text{cm}^2$  de surface.
- **Estimation** (0,75 pt) : pour  $c = 120$ ,  $u = 14\,400$  et  $y = 0,0062 \times 14\,400 + 4,44 = 93,72$ , soit environ 93,7 €.
- **Conclusion** (0,75 pt) : le prix proposé, 115 €, dépasse d'environ 21 € (soit environ 23 %) le prix que donnerait la tendance du catalogue. Il n'est donc pas « dans la ligne » des tarifs; cependant la toile est fabriquée sur mesure et son format sort du catalogue : l'estimation de 93,7 € est une extrapolation (au-delà de 100 cm), et un supplément pour une fabrication à l'unité peut se justifier. Le prix est élevé, sans être aberrant.

Piège à signaler : un ajustement affine de  $y$  en  $c$  (sans changement de variable) donnerait  $y \approx 0,74c - 13,5$ , soit environ 76 € pour 120 cm; mais les points  $(c; y)$  ne sont pas alignés (le prix croît comme l'aire, pas comme le côté), et cette estimation est trop basse.