

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – Aller et retour entre y et $\log y$

3 points

- 1) Pour une série statistique, l'ajustement affine de $z = \log y$ en x a donné $z = 0,5x + 2$. Exprimer y en fonction de x sous la forme $y = k \times q^x$, q arrondi à 10^{-3} .
- 2) Pour une autre série, on a obtenu le modèle $y = 3 \times 2^x$. Montrer que $z = \log y$ s'écrit alors $z = mx + p$, et donner m et p arrondis à 10^{-3} .

Exercice 2 – La taille et la masse des enfants suivis en PMI

9 points

Une infirmière d'un centre de protection maternelle et infantile (PMI) prépare une affiche pour les parents. Elle relève, dans des courbes de référence, la taille t (en mètres) et la masse m (en kilogrammes) de filles de 2 à 8 ans (valeurs arrondies).

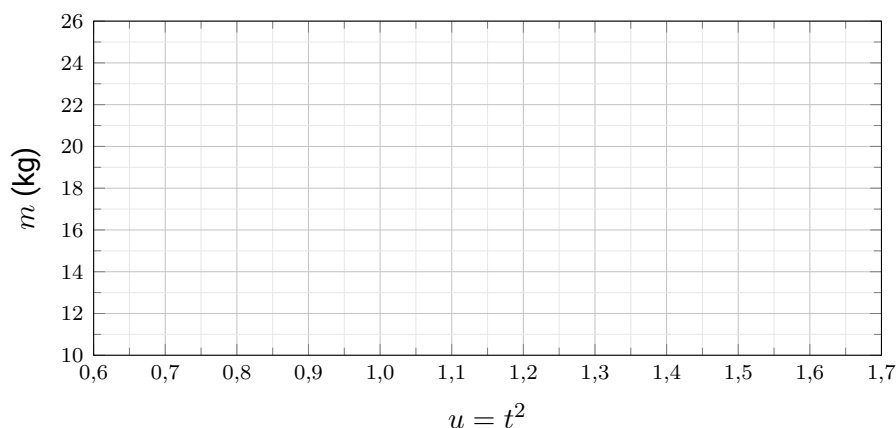
Âge (ans)	2	3	4	5	6	7	8
Taille t_i (m)	0,86	0,95	1,03	1,09	1,15	1,21	1,27
Masse m_i (kg)	11,5	13,9	16,1	18,2	20,2	22,4	25,0
$u_i = t_i^2$	0,740		1,061		1,323	1,464	

Partie A – Un ajustement affine de m en t

- 1) Une stagiaire obtient à la calculatrice la droite d'ajustement $m = 32,7t - 17,2$. Calculer la masse que donne cette droite pour une taille de 0,50 m (taille d'un nouveau-né). Que penser de cet ajustement en dehors des tailles du tableau ?

Partie B – Avec le changement de variable $u = t^2$

- 2) Recopier et compléter la dernière ligne du tableau, valeurs arrondies à 10^{-3} .
- 3) Placer les sept points $(u_i ; m_i)$ dans le repère ci-dessous (à rendre avec la copie).



- 4) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de m en u par la méthode des moindres carrés, coefficients arrondis à 10^{-2} . Dans la suite, on retiendra le modèle $m = 15,4u$.

Partie C – Exploiter le modèle

- 5) En déduire une expression de m en fonction de t . Quelle masse ce modèle donne-t-il pour une taille de 0,50 m ? pour une taille de 1,30 m ? Arrondir à 0,1 kg. Comparer avec la partie A.
- 6) L'indice de masse corporelle est $IMC = \frac{m}{t^2}$ (en kg/m²). Expliquer ce que le modèle de la partie B dit de l'IMC des filles de 2 à 8 ans. Léa, 7 ans, mesure 1,20 m et pèse 27 kg : calculer son IMC, arrondi au dixième, et la masse que prévoit le modèle pour sa taille ; conclure par une phrase.
- 7) Peut-on utiliser ce modèle pour une adolescente de 1,65 m ? Expliquer.

Exercice 3 – Ce que vaut une citadine d'occasion (deux documents) 5 points

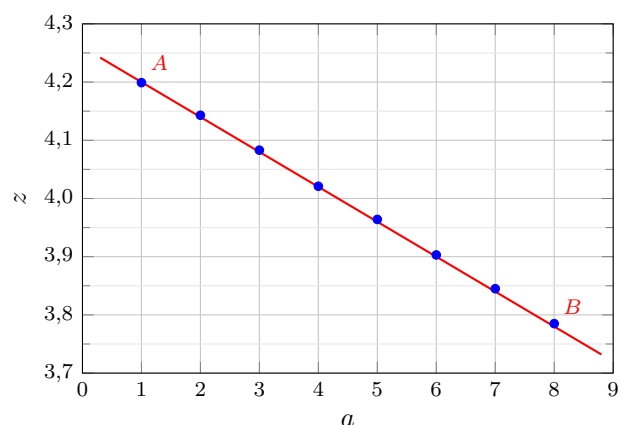
Document 1 – Prix moyen des annonces

Relevé, sur un site d'annonces, du prix moyen P (en euros) d'un même modèle de citadine selon son âge a (en années).

a	P (€)	$z = \log P$
1	15 800	4,199
2	13 900	4,143
3	12 100	4,083
4	10 500	4,021
5	9 200	3,964
6	8 000	3,903
7	7 000	3,845
8	6 100	3,785

Document 2 – Article d'un magazine automobile

« Notre règle d'or : une citadine perd 15 % de sa valeur chaque année. » L'article l'illustre par le nuage $(a; z)$ et une droite tracée au jugé, qui passe par $A(1; 4,20)$ et $B(8; 3,78)$.



- 1) À l'aide du document 1, calculer $\frac{13\,900}{15\,800}$ et $\frac{6\,100}{7\,000}$, arrondis à 10^{-3} . Quel type d'évolution du prix ces quotients suggèrent-ils ?
- 2) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) du document 2, sous la forme $z = ma + p$.
- 3) En déduire que, selon cette droite, $P \approx k \times q^a$, avec k arrondi à la centaine et q à 10^{-3} . La « règle d'or » de l'article est-elle cohérente avec sa propre droite ? Justifier.
- 4) Neuve, cette citadine coûte 21 500 €. Comparer avec la valeur que donne le modèle pour $a = 0$. Que peut-on en conclure sur la première année ?

Exercice 4 – Une toile hors catalogue**3 points**

Question ouverte. La démarche, les calculs et la rédaction sont évalués ; toute piste, même non aboutie, sera prise en compte.

Mathis, étudiant en arts appliqués, a besoin d'une toile à peindre carrée de 120 cm de côté. Le catalogue d'un magasin de beaux-arts propose des toiles carrées jusqu'à 100 cm de côté :

Côté c (cm)	20	30	40	50	60	80	100
Prix y (€)	6,50	9,90	14,50	20,00	27,00	44,00	66,00

Le magasin lui propose une toile de 120 cm de côté fabriquée sur mesure, au prix de 115 €. En utilisant le changement de variable $u = c^2$, dire si ce prix est cohérent avec les tarifs du catalogue.

Arrondis : coefficient directeur d'un éventuel ajustement à 10^{-4} , ordonnée à l'origine à 10^{-2} , prix au dixième d'euro.