

Calculatrice interdite

## Exercice 1 – Puissances, signes et hausses (réponses courtes)

3 points

Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, écrire le résultat dans la colonne « Réponse » (ou sur la copie, en indiquant le numéro de la question). Chaque question vaut 0,5 point.

| N° | Énoncé                                                                                                  | Réponse |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1  | Factoriser $x^2 - \frac{4}{9}$ .                                                                        |         |
| 2  | Donner, sous la forme d'un intervalle, l'ensemble des réels $x$ tels que $-2(x-1)(x-3) > 0$ .           |         |
| 3  | Un prix augmente de 10 %, puis à nouveau de 10 %. Quel est le taux d'évolution global, en pourcentage ? |         |
| 4  | Donner l'écriture décimale de $2^{-3}$ .                                                                |         |
| 5  | Donner le sens de variation sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto -4 \times 0,6^x$ .               |         |
| 6  | Pour tout réel $x$ , simplifier $\frac{3^{x+2}}{3^x}$ .                                                 |         |

## Exercice 2 – Le prix du cacao d'une chocolaterie

9 points

Une chocolaterie artisanale achète chaque année 500 kg de fèves de cacao à un même fournisseur. Sa gérante a rassemblé les deux documents suivants.

### Document 1 – Relevé du service achats

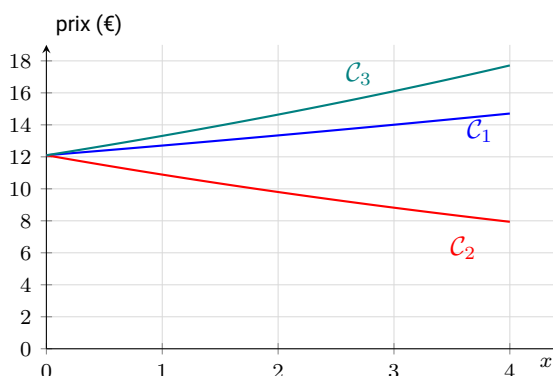
Prix du kilogramme de fèves, au 1<sup>er</sup> janvier :

| Année    | 2024  | 2025  | 2026  |
|----------|-------|-------|-------|
| Prix (€) | 10,00 | 11,00 | 12,10 |

Note du comptable : « +21 % en deux ans, soit +10,5 % par an. »

### Document 2 – Trois scénarios du fournisseur

Prix prévu du kilogramme (en €) en fonction du nombre  $x$  d'années écoulées depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2026.



Scénario A : hausse de 10 % par an; scénario B : hausse de 5 % par an; scénario C : baisse de 10 % par an.

- 1) À l'aide du document 1, calculer le taux d'évolution du prix entre janvier 2024 et janvier 2026. Expliquer l'erreur du comptable et déterminer le taux d'évolution annuel moyen sur ces deux années.
- 2) On modélise le prix du kilogramme, en euros,  $x$  années après le 1<sup>er</sup> janvier 2024, par  $p(x) = 10 \times 1,1^x$  pour  $x \in [0; 2]$ .
  - a. Vérifier que ce modèle redonne les trois prix du document 1.
  - b. Montrer que  $p(1,5) = 11 \times 1,1^{0,5}$ . Sans calculer  $1,1^{0,5}$ , expliquer pourquoi le prix au 1<sup>er</sup> juillet 2025 était, selon ce modèle, compris entre 11 € et 12,10 €.
- 3) On cherche le taux mensuel moyen  $m$  équivalent à une hausse annuelle de 10 %. Exprimer  $1 + m$  sous la forme d'une puissance de 1,1. On admet que  $\left(1 + \frac{10}{12} \%\right)^{12} > 1,10$ . Sans calculer  $m$ , en déduire que  $m$  est inférieur à  $\frac{10}{12} \%$ .
- 4) Associer chacune des courbes  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$  du document 2 à l'un des scénarios A, B, C, en justifiant.
- 5) Dans le scénario A, calculer le prix du kilogramme au 1<sup>er</sup> janvier 2028, puis le surcoût annuel que la chocolaterie supporterait en 2028 par rapport à 2026 pour ses 500 kg de fèves. Rédiger une phrase de conclusion pour la gérante.

### Exercice 3 – Puissances à exposant réel

8 points

- 1) Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme  $a^x$ , avec  $a > 0$  à préciser :

$$7^x \times 7^x \qquad (0,5^x)^2 \qquad \frac{6^x}{2^x} \qquad 0,2^{-x}.$$

- 2) Calculer, sans calculatrice :  $16^{0,5}$  ;  $16^{0,25}$  ;  $4^{1,5}$  ;  $0,25^{-0,5}$ .
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :  $2^x = 32$  ;  $0,5^x = 4$  ;  $3^{2x-1} = 27$ .
- 4) Comparer, sans calculatrice, en justifiant :  $0,7^{1,5}$  et  $0,7^2$  ; puis  $1,3^{-2}$  et 1.