

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – Trois fonctions, trois sens de variation

6 points

- 1) Donner, en justifiant, le sens de variation sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = 4 \times 0,7^x$$

$$g(x) = -0,5 \times 1,2^x$$

$$h(x) = 3 \times 0,5^{-x}.$$

- 2) On considère la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = 250 \times 1,04^x$. Montrer que, pour tout réel x , $p(x+1) = 1,04 \times p(x)$. Traduire ce résultat par une phrase utilisant un pourcentage.
- 3) Écrire sous la forme a^x , où a est un nombre strictement positif à préciser : $A(x) = 2^{3x} \times 2^{-x}$ et $B(x) = \frac{25^x}{5^x}$.

Exercice 2 – La copie d'Adam

7 points

Voici quatre questions d'une interrogation et les réponses rédigées par Adam.

Question posée	Réponse d'Adam
a. Écrire 5^{-2} sous la forme d'une fraction.	« $5^{-2} = -25$. »
b. Calculer $9^{0,5}$.	« $9^{0,5} = 9 \times 0,5 = 4,5$. »
c. Écrire $(1,2^x)^3 \times 1,2^{2x}$ sous la forme $1,2^{kx}$.	« $(1,2^x)^3 \times 1,2^{2x} = 1,2^{3x} \times 1,2^{2x} = 1,2^{5x}$. »
d. Comparer $0,8^{2,5}$ et $0,8^3$ sans calculatrice.	« $2,5 < 3$, donc $0,8^{2,5} < 0,8^3$. »

- 1) Pour chacune des quatre réponses, dire si elle est juste. Lorsqu'elle ne l'est pas, expliquer l'erreur commise et donner la réponse correcte.
- 2) Pour la question b., montrer à l'aide d'une propriété algébrique que $(9^{0,5})^2 = 9$, et en déduire la valeur de $9^{0,5}$.
- 3) Pour la question d., la conclusion d'Adam aurait-elle été juste si l'on avait comparé $1,8^{2,5}$ et $1,8^3$? Expliquer.

Exercice 3 – L'activité d'un service d'hospitalisation à domicile

7 points

Question ouverte. Aucune sous-question n'est posée : la démarche, les calculs et la rédaction sont évalués. Toute piste, même non aboutie, sera prise en compte.

Un établissement d'hospitalisation à domicile (HAD) a pris en charge 1 850 patients au cours de l'année 2019 et 3 120 patients au cours de l'année 2025. Son rapport d'activité affirme :

« En six ans, notre activité a progressé de près de 69 %, soit une hausse de plus de 11 % par an. Si ce rythme annuel se maintient, nous prendrons en charge plus de 4 200 patients en 2028. »

Que penser de ces affirmations ? Si besoin, indiquer l'année où le cap des 4 200 patients serait franchi au rythme annuel moyen observé de 2019 à 2025. On arrondira les taux à 0,1 % et les effectifs à l'unité.