

Exercice 1 – Loyers, moyennes et carrés (réponses courtes)

3 points

Chaque bonne réponse vaut 0,5 point; aucune justification n'est exigée.

N°	Réponse	Éléments de méthode
1	150 %	Baisser de 60 %, c'est multiplier par $0,4 = \frac{2}{5}$; pour revenir au prix initial, on multiplie par $\frac{5}{2} = 2,5$, ce qui correspond à une hausse de 150 % (et non de 60 %).
2	12 %	Proportion d'une proportion : $0,40 \times 0,30 = 0,12$.
3	1,02	Augmenter de 2 % revient à multiplier par $1 + \frac{2}{100} = 1,02$.
4	6	$\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$.
5	13	Le terme du milieu est la moyenne arithmétique des deux autres : $\frac{7 + 19}{2} = 13$ (on vérifie : $13 - 7 = 19 - 13 = 6$).
6	30	$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 4 + 9 + 16 = 30$.

Exercice 2 – Deux gîtes, deux grilles de prix

9 points

- 1) D'après le document 1 : $a_1 = 92$, $a_2 = 92 - 4 = 88$ et $a_3 = 88 - 4 = 84$. (1,5 pt)
 Chaque nuit coûte 4 € de moins que la précédente : pour tout entier n de 1 à 11, $a_{n+1} = a_n - 4$.
 On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre -4 : la suite (a_n) est **arithmétique de raison** -4 .

- 2) $\frac{90}{100} = 0,9$ et $\frac{81}{90} = 0,9$: on passe de chaque nombre au suivant en multipliant par le même nombre 0,9. Les nombres 100; 90; 81 sont donc trois termes consécutifs d'une **suite géométrique de raison** $0,9$, ce qui traduit la baisse de 10 % annoncée. (1,5 pt)
 En revanche $90 - 100 = -10$ et $81 - 90 = -9$: les différences ne sont pas égales, donc ces trois nombres **ne sont pas** trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

- 3) (a_n) est arithmétique de premier terme $a_1 = 92$ et de raison -4 ; pour tout entier n de 1 à 12 : (1,5 pt)

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times (-4) = 92 - 4(n - 1) = 96 - 4n.$$

Douzième nuit : $a_{12} = 96 - 48 = 48$ €.

- 4) Le prix du séjour est le total des prix des 10 nuits, c'est-à-dire la somme des 10 premiers termes consécutifs de la suite arithmétique (a_n) : (1,5 pt)

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = \sum_{n=1}^{10} a_n.$$

Avec $a_{10} = 96 - 40 = 56$ et la formule « nombre de termes $\times$ (premier terme + dernier terme)

$\div 2 \gg :$

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 10 \times \frac{92 + 56}{2} = 10 \times 74 = \boxed{740} \text{ €}.$$

5) $m_5 = 72,90 \times 0,9 = \boxed{65,61} \text{ €}.$

(1,5 pt)

Comparaison nuit par nuit :

Nuit n	1	2	3	4	5
Genêts a_n (€)	92	88	84	80	76
Moulin m_n (€)	100	90	81	72,90	65,61

La première et la deuxième nuit sont moins chères aux Genêts; **à partir de la troisième nuit**, chaque nuit est moins chère au Moulin ($81 < 84$, $72,90 < 80$, $65,61 < 76$).

6) Pour 3 nuits : Genêts $92 + 88 + 84 = 264 \text{ €}$; Moulin $100 + 90 + 81 = 271 \text{ €}.$ (1,5 pt)

Le séjour de 3 nuits reste **moins cher aux Genêts**, car l'économie faite au Moulin sur la troisième nuit (3 €) ne rattrape pas le surcoût des deux premières ($8 + 2 = 10 \text{ €}$).

Pour 4 nuits : Genêts $264 + 80 = 344 \text{ €}$; Moulin $271 + 72,90 = 343,90 \text{ €}$: le séjour de 4 nuits est **moins cher au Moulin**, de 10 centimes.

Un séjour de plus de 4 nuits, c'est le séjour de 4 nuits auquel on ajoute la 5^e nuit, la 6^e... Le séjour de 4 nuits est déjà moins cher au Moulin, et chaque nuit ajoutée y est moins chère (on l'a admis à partir de la troisième nuit) : l'avance du Moulin ne fait que grandir. Par exemple, pour 5 nuits : 420 € aux Genêts contre 409,51 € au Moulin.

La famille a intérêt à choisir les Genêts pour un séjour de 1 à 3 nuits, et le Moulin pour un séjour de 4 nuits ou plus.

Remarque : aux Genêts, le prix baisse chaque nuit d'un même montant (suite arithmétique); au Moulin, il baisse chaque nuit d'un même pourcentage (suite géométrique), ce qui fait de grosses baisses quand le prix est élevé, puis des baisses de plus en plus petites.

Exercice 3 – Une suite qui monte de 3, une suite qui double

8 points

1) a. Suite arithmétique : pour tout entier naturel n , $u_n = u_0 + 3n = \boxed{4 + 3n}$, donc $u_{20} = 4 + 60 = \boxed{64}.$ (1,5 pt)

b. Les indices vont de 0 à 20 : la somme compte $20 - 0 + 1 = \boxed{21}$ termes. (1,5 pt)

$$S = 21 \times \frac{u_0 + u_{20}}{2} = 21 \times \frac{4 + 64}{2} = 21 \times 34 = \boxed{714}.$$

2) a. Suite géométrique : pour tout entier naturel n , $v_n = v_0 \times 2^n = \boxed{5 \times 2^n}$, donc $v_6 = 5 \times 64 = \boxed{320}.$ (1,5 pt)

b. T est la somme des 6 premiers termes (k de 0 à 5) de la suite géométrique de raison 2 : (1,5 pt)

$$T = v_0 \times \frac{1 - 2^6}{1 - 2} = 5 \times \frac{1 - 64}{-1} = 5 \times 63 = \boxed{315}.$$

Contrôle : $5 + 10 + 20 + 40 + 80 + 160 = 315.$

- 3) a. $1 = 3^0, 3 = 3^1, 9 = 3^2, 27 = 3^3 \dots$: ce sont les termes $w_0, w_1, \dots, w_7$ de la suite géométrique de premier terme $w_0 = 1$ et de raison 3 ($w_k = 3^k$). Les exposants vont de 0 à 7 : R compte

8 termes, et $R = \sum_{k=0}^7 3^k$. (1 pt)

- b. (1 pt)

$$R = 1 \times \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = \frac{1 - 6\,561}{-2} = \frac{6\,560}{2} = \boxed{3\,280}.$$