

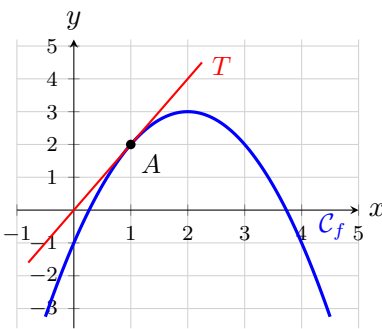
## Devoir commun de mathématiques – voie technologique (toutes séries)

Durée : 2 heures Calculatrice interdite

## Première partie – Automatismes

6 points

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, écrire le résultat dans la colonne « Réponse » (ou sur la copie, en indiquant le numéro de la question). Chaque question vaut 0,5 point.

| N° | Énoncé                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Réponse |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1  | Un abonnement de transport coûte 50 € par mois. Il augmente de 4 %. Quel est son nouveau prix ?                                                                                                                                                                                                    |         |
| 2  | Après une baisse de 30 %, un manteau coûte 63 €. Quel était son prix avant la baisse ?                                                                                                                                                                                                             |         |
| 3  | Le nombre de visiteurs d'un site internet augmente de 10 % en janvier, puis de 10 % en février. Quel est le taux d'évolution global sur les deux mois, en pourcentage ?                                                                                                                            |         |
| 4  | Calculer $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.                                                                                                                                                                                                |         |
| 5  | Factoriser $3x^2 - 12x$ .                                                                                                                                                                                                                                                                          |         |
| 6  | Donner, sous la forme d'un intervalle, l'ensemble des réels $x$ pour lesquels $(x - 2)(x + 6) \leq 0$ .                                                                                                                                                                                            |         |
| 7  | <p>La courbe <math>C_f</math> ci-contre représente une fonction <math>f</math>. La droite <math>T</math> est tangente à <math>C_f</math> au point <math>A</math> d'abscisse 1. Donner <math>f'(1)</math>.</p>  |         |

| N° | Énoncé                                                                                                                                                                                                            | Réponse |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 8  | Avec la courbe de la question 7, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 2$ .                                                                                                                              |         |
| 9  | Donner l'équation réduite de la droite passant par les points $A(2; -1)$ et $B(5; 8)$ .                                                                                                                           |         |
| 10 | La suite $u$ est définie par $u(0) = 3$ et, pour tout entier naturel $n$ , $u(n+1) = 2u(n) - 1$ . Calculer $u(3)$ .                                                                                               |         |
| 11 | Une élève a obtenu 12 à un devoir de coefficient 2 et 15 à un devoir de coefficient 1. Quelle est sa moyenne ?                                                                                                    |         |
| 12 | Un salon de coiffure a reçu 200 clients dans la semaine, dont 80 hommes ; 20 de ces hommes ont pris l'option « taille de barbe ». Quelle est la proportion des clients ayant pris cette option parmi les hommes ? |         |

## DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie comporte trois exercices indépendants, notés sur 12 points, et 2 points sont consacrés à la maîtrise de la langue. Les réponses doivent être justifiées ; les questions qui demandent une interprétation appellent une réponse rédigée en phrases.

### Exercice 1 – La téléassistance des personnes âgées

4 points

Un département propose aux personnes âgées vivant seules un service de téléassistance (un bouton d'appel relié à une plateforme d'écoute). Au 1<sup>er</sup> janvier 2026, 1 600 personnes en bénéficient. Les services sociaux prévoient que ce nombre augmentera de 25 % par an.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u(n)$  le nombre de bénéficiaires au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2026 +  $n$ . Ainsi  $u(0) = 1\,600$ .

- 1) Calculer  $u(1)$  et  $u(2)$ .
- 2) Justifier que la suite  $(u(n))$  est géométrique ; préciser sa raison, puis exprimer  $u(n)$  en fonction de  $n$ .
- 3) Déterminer, en justifiant, le sens de variation de la suite  $(u(n))$ .
- 4) La plateforme d'écoute peut suivre au plus 3 500 bénéficiaires. Selon ce modèle, à partir de quelle année devra-t-elle être agrandie ? Répondre par une phrase.
- 5) Une élue affirme : « Avec une hausse de 25 % par an, le nombre de bénéficiaires aura doublé en trois ans. » Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier la réponse par un calcul, puis conclure par une phrase.

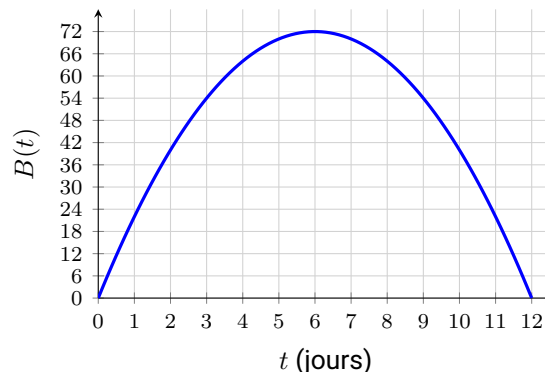
## Exercice 2 – La billetterie d’une tournée de concerts

4 points

Une chanteuse annonce une tournée et ouvre une billetterie en ligne pendant 12 jours. On modélise le nombre de billets vendus par jour, en dizaines de billets,  $t$  jours après l’ouverture, par

$$B(t) = -2t^2 + 24t, \quad t \in [0; 12].$$

La courbe de la fonction  $B$  est tracée ci-contre.



- 1) Calculer  $B(2)$  et interpréter ce résultat dans le contexte. Résoudre graphiquement l’équation  $B(t) = 54$ .
- 2)
  - a. Vérifier que, pour tout réel  $t$ ,  $B(t) - 54 = -2(t - 3)(t - 9)$ .
  - b. En déduire, à l’aide d’un tableau de signes, les jours pendant lesquels la billetterie vend au moins 540 billets par jour. Répondre par une phrase.
- 3) Factoriser  $B(t)$  et résoudre l’équation  $B(t) = 0$ . En déduire l’axe de symétrie de la parabole, puis le jour où les ventes sont les plus fortes et le nombre de billets vendus ce jour-là.

## Exercice 3 – Le stock d’un entrepôt de jouets

4 points

Un grossiste en jouets reçoit ses livraisons à partir du 15 octobre et expédie ses commandes aux magasins jusqu’à la mi-décembre. Le responsable logistique modélise le stock de l’entrepôt, en centaines d’articles,  $t$  semaines après le 15 octobre, par

$$S(t) = -t^3 + 9t^2 + 50, \quad t \in [0; 9].$$

- 1) Calculer  $S(0)$  et  $S(9)$ . Interpréter ces deux valeurs dans le contexte.
- 2) On note  $S'$  la fonction dérivée de  $S$ . Calculer  $S'(t)$ , puis vérifier que  $S'(t) = -3t(t - 6)$ .
- 3) Étudier le signe de  $S'(t)$  sur  $[0; 9]$  et dresser le tableau de variations de  $S$ . Au bout de combien de semaines le stock est-il maximal ? Combien d’articles contient alors l’entrepôt ? Répondre par une phrase.
- 4) Calculer  $S'(8)$  et déterminer l’équation réduite de la tangente à la courbe de  $S$  au point d’abscisse 8. Interpréter  $S'(8)$  dans le contexte par une phrase.

## Maîtrise de la langue

2 points

La qualité de la rédaction, l’orthographe, la syntaxe et la précision du vocabulaire sont évaluées sur l’ensemble de la copie.