

Calculatrice interdite

Exercice 1 – Les rendez-vous non honorés du centre de santé

6 points

Dans un centre de santé, chaque demi-journée de consultation d'un médecin compte 12 rendez-vous. Certains patients ne viennent pas sans prévenir. On note X le nombre de rendez-vous non honorés lors d'une demi-journée choisie au hasard. D'après les relevés de l'an dernier, la loi de X est la suivante.

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,3	0,35	0,2	0,1	0,05

Partie A – Les absences

- 1) Décrire par une phrase l'évènement $\{X \leq 1\}$, puis calculer sa probabilité.
- 2) Calculer la probabilité qu'au moins deux rendez-vous ne soient pas honorés lors d'une demi-journée.
- 3) Calculer l'espérance $E(X)$ et l'interpréter dans le contexte.

Partie B – Faut-il surréserver? Pour limiter les créneaux perdus, le centre envisage d'accepter un ou deux rendez-vous de plus que les 12 prévus. Un patient est « en trop » lorsque tous les créneaux sont déjà occupés à son arrivée; il est alors reçu en fin de consultation. On admet que les patients ajoutés viennent toujours.

- 4) On ajoute **un** rendez-vous. On note $Y = 1$ s'il y a un patient en trop et $Y = 0$ sinon.
 - a. Expliquer pourquoi $Y = 1$ exactement lorsque $X = 0$.
 - b. Justifier que Y suit une loi de Bernoulli dont on précisera le paramètre.
- 5) On ajoute **deux** rendez-vous. On note Z le nombre de patients en trop. Déterminer la loi de Z , puis calculer $E(Z)$.
- 6) La direction n'accepte la surréservation que si, lors d'une demi-journée, la probabilité d'avoir au moins un patient en trop reste inférieure à $\frac{1}{2}$. Combien de rendez-vous peut-elle ajouter? Répondre par une phrase justifiée.

Exercice 2 – La roue de l'association d'aide à domicile

3 points

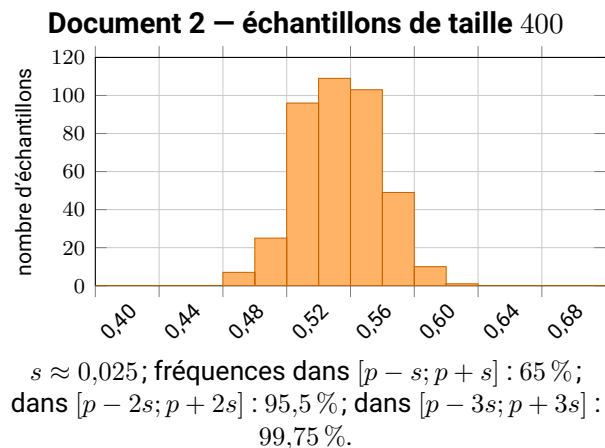
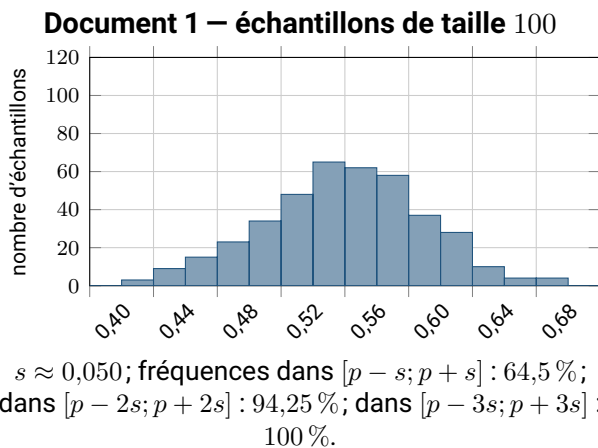
Pour financer une sortie avec les personnes qu'elle accompagne, une association d'aide à domicile tient un stand lors de la fête du quartier. Le joueur paie 3 € et fait tourner une roue partagée en 12 secteurs de même taille : un secteur fait gagner 24 €, deux secteurs font gagner 6 € et les autres secteurs ne font rien gagner.

Question ouverte – L'association souhaite gagner en moyenne au moins 50 centimes par partie. Le jeu actuel le lui permet-il? Si ce n'est pas le cas, déterminer la plus petite mise qui convienne, en justifiant. Toute démarche, même incomplète, sera prise en compte.

Exercice 3 — Le sondage sur la vaccination contre la grippe

4 points

Une agence régionale de santé estime que 55 % des personnes de 65 ans et plus de la région sont vaccinées contre la grippe. On modélise l'interrogation d'une personne de 65 ans et plus par une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0,55$ (succès : « la personne est vaccinée »). Pour étudier la fluctuation d'échantillonnage, on a simulé 400 échantillons de taille 100 (document 1), puis 400 échantillons de taille 400 (document 2). Pour chaque simulation, s désigne l'écart-type de la série des 400 fréquences observées.



Lecture : dans le document 1, 48 échantillons ont une fréquence de l'intervalle $[0,52; 0,54]$.

- 1) Comparer l'allure des deux diagrammes et les valeurs de s . Par combien la taille des échantillons a-t-elle été multipliée, et par combien l'écart-type s a-t-il été divisé ?
- 2) Déterminer, pour chacun des deux documents, l'intervalle $[p - 2s; p + 2s]$.
- 3) Deux sondages ont été réalisés dans la région : le sondage A auprès de 100 personnes, dont 47 sont vaccinées ; le sondage B auprès de 400 personnes, dont 188 sont vaccinées. Les deux sondages donnent la même fréquence. Pour chacun, dire si ce résultat est une situation fréquente ou une situation rare lorsque $p = 0,55$, en s'appuyant sur le document qui convient.

Exercice 4 — Ce que Lina conclut du sondage

3 points

Voici un extrait de la copie d'un élève, Lina, qui a travaillé sur les documents de l'exercice 3.

- (1) Dans le sondage A, la fréquence des personnes vaccinées est 0,47. Comme 0,47 est différent de 0,55, l'estimation de l'agence de santé est fausse.
- (2) D'après le document 2, environ 95 % des échantillons de taille 400 ont une fréquence comprise entre 0,50 et 0,60.
- (3) Pour obtenir un écart-type deux fois plus petit, il suffit d'interroger deux fois plus de personnes.

Pour chacune des trois phrases de Lina, dire si elle est correcte. Lorsqu'une phrase est incorrecte, expliquer l'erreur et proposer une rédaction correcte.

Exercice 5 — Les stages à l'étranger d'une école d'arts appliqués**4 points**

Exercice transversal : probabilités conditionnelles.

Dans une école d'arts appliqués, 40 % des étudiants suivent l'option graphisme, les autres l'option design d'espace. 30 % des étudiants de l'option graphisme partent en stage à l'étranger, contre 15 % des étudiants de l'option design d'espace. On choisit un étudiant au hasard; on note G : « l'étudiant suit l'option graphisme » et S : « l'étudiant part en stage à l'étranger ».

- 1) Représenter la situation par un arbre pondéré.
- 2) Calculer $P(G \cap S)$, puis montrer que $P(S) = 0,21$.
- 3) Un étudiant part en stage à l'étranger. Calculer la probabilité qu'il suive l'option graphisme; on donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
- 4) Les événements G et S sont-ils indépendants? Justifier, puis traduire la réponse par une phrase dans le contexte.