

Exercice 1 – L'attente au guichet

5 points

Question	Réponse	Éléments de vérification (non exigés)
1)	0,2	Lecture directe du tableau.
2)	0,4	$P(X = 0) + P(X = 1) = 0,1 + 0,3$.
3)	$\{X \geq 3\}$	« Au moins trois » : 3 personnes ou plus.
4)	0,3	$P(X = 3) + P(X = 4) = 0,2 + 0,1$.
5)	$\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$	Le paramètre est $P(Z = 1)$, la probabilité de tirer un cœur.

Exercice 2 – Paniers, cartes et mises (QCM justifié)

6 points

- Réponse b.** $E(Y) = 1 \times 0,5 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,2 = 0,5 + 0,6 + 0,6 = 1,7$.
- Réponse c.** L'espérance est une moyenne sur un grand nombre de clients : en moyenne, la boulangerie vend environ 1,7 baguette par client.
a est faux (aucun client n'achète 1,7 baguette); b est faux (seuls 30 % des clients achètent deux baguettes; la valeur la plus probable est 1, avec la probabilité 0,5); d est faux (1,7 n'est pas une probabilité, elle dépasse 1).
- Réponse b.** B prend la valeur 1 avec la probabilité 0,15 et la valeur 0 avec la probabilité 0,85 : $E(B) = 1 \times 0,15 + 0 \times 0,85 = 0,15$. L'espérance d'une loi de Bernoulli est égale à son paramètre.
- Réponse a.** $E(G) = -2 \times 0,5 + 0 \times 0,2 + 3 \times 0,3 = -1 + 0 + 0,9 = -0,1$.
Sur un grand nombre de parties, le joueur perd en moyenne 0,10 € par partie.

Exercice 3 – Le ticket à gratter de Comptoir Valtrine

9 points

Partie A – Le coût de l'opération

- La somme des probabilités vaut 1 : $a = 1 - 0,8 - 0,12 - 0,06 = 0,02$.
- $\{G \geq 25\}$: « le ticket fait gagner un bon d'achat d'au moins 25 € » (bon de 25 € ou de 150 €).
$$P(G \geq 25) = P(G = 25) + P(G = 150) = 0,06 + 0,02 = 0,08$$
- $E(G) = 0 \times 0,8 + 10 \times 0,12 + 25 \times 0,06 + 150 \times 0,02 = 0 + 1,2 + 1,5 + 3 = 5,7$.
Interprétation : sur un grand nombre de tickets, un ticket fait gagner en moyenne 5,70 € de bon d'achat; c'est le coût moyen d'un ticket pour l'enseigne.
- a.** En moyenne, $2\,000 \times 5,7 = 11\,400$ € de bons d'achat.

- b. Le budget correspond à un coût moyen par ticket de $\frac{10\,400}{2\,000} = 5,2$ €. En notant m le nouveau montant du gros lot :

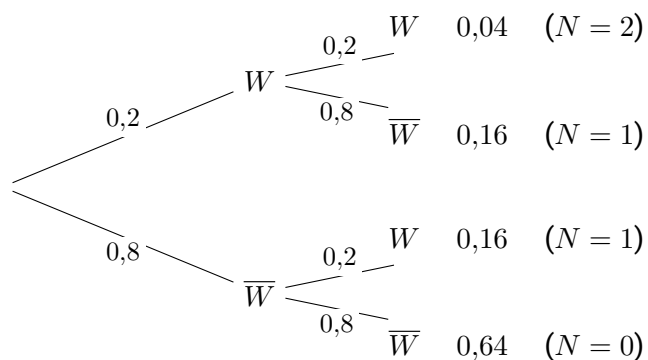
$$10 \times 0,12 + 25 \times 0,06 + m \times 0,02 = 5,2 \iff 2,7 + 0,02 m = 5,2$$

$$\iff 0,02 m = 2,5 \iff m = \frac{2,5}{0,02} = 125.$$

Conclusion : en remplaçant le bon de 150 € par un bon de 125 €, l'enseigne peut s'attendre à distribuer en moyenne 10 400 € de bons pour 2 000 tickets, ce qui tient dans son budget.

Partie B – Deux tickets

- 5) Un ticket est perdant lorsque $G = 0$, avec la probabilité 0,8. Il est donc gagnant avec la probabilité $1 - 0,8 = 0,2$ (ou $0,12 + 0,06 + 0,02 = 0,2$). On note W : « le ticket est gagnant ». Les deux tickets sont indépendants :



- 6) N prend les valeurs 0, 1 ou 2. D'après l'arbre : $P(N = 0) = 0,8 \times 0,8 = 0,64$; $P(N = 2) = 0,2 \times 0,2 = 0,04$; $P(N = 1) = 0,2 \times 0,8 + 0,8 \times 0,2 = 0,32$ (deux chemins).

k	0	1	2
$P(N = k)$	0,64	0,32	0,04

Contrôle : $0,64 + 0,32 + 0,04 = 1$.

- 7) $E(N) = 0 \times 0,64 + 1 \times 0,32 + 2 \times 0,04 = 0,32 + 0,08 = \span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">0,4 : en moyenne, un client qui reçoit deux tickets gagne 0,4 bon d'achat.
 Pour 500 clients : $500 \times 0,4 = \span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">200.
Conclusion : le magasin doit prévoir en moyenne environ 200 bons d'achat pour les 500 clients qui reçoivent deux tickets.$$