

Exercice 1 – Tableaux, arbres et ensembles

5 points

Question	Réponse	Éléments de vérification (non exigés)
1)	$\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$	On se restreint à la colonne « Compétition » : $8 + 10 = 18$ adhérents, dont 8 mineurs.
2)	0,12	$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,4$.
3)	7	$A \cup B = \{2; 3; 4; 6; 8; 9; 10\}$ (6 n'est compté qu'une fois).
4)	0,65	$P(\overline{B}) = 1 - 0,35$.
5)	0,2	A et B indépendants et $P(A) \neq 0$, donc $P_A(B) = P(B)$.

Exercice 2 – Fidélité et paiement mobile

7 points

On complète d'abord le tableau croisé des 500 commandes ($150 - 60 = 90$; $200 - 60 = 140$; $350 - 140 = 210$) :

	M (paiement mobile)	$\overline{M}$	Total
F (titulaire de la carte)	60	90	150
$\overline{F}$	140	210	350
Total	200	300	500

Affirmation 1. Vrai. Il s'agit de $P(F \cap M) = \frac{60}{500} = 0,12$: 12 % des commandes, soit un peu plus d'une commande sur dix.

Affirmation 2. Faux. On se restreint aux commandes réglées par paiement mobile : $P_M(F) = \frac{60}{200} = 0,3$. Seules 30 % de ces commandes sont passées par un titulaire de la carte.
Le nombre 40 % correspond à $P_F(M) = \frac{60}{150} = 0,4$: ce sont 40 % des commandes des titulaires de la carte qui sont réglées par paiement mobile. L'affirmation confond $P_M(F)$ et $P_F(M)$.

Affirmation 3. Vrai. $P(F) = \frac{150}{500} = 0,3 \neq 0$, $P_F(M) = 0,4$ et $P(M) = \frac{200}{500} = 0,4$.
Comme $P_F(M) = P(M)$, les événements F et M sont indépendants : un titulaire de la carte ne règle ni plus ni moins souvent par paiement mobile que l'ensemble des clients.

Affirmation 4. Vrai. Il s'agit de l'évènement $\overline{F} \cap \overline{M}$: $P(\overline{F} \cap \overline{M}) = \frac{210}{500} = 0,42$ et $0,42 > 0,4 = \frac{2}{5}$.

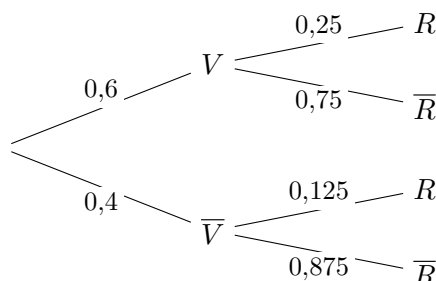
Affirmation 5. Faux. Un contre-exemple suffit : F et M sont indépendants et de probabilités non nulles (affirmation 3), et pourtant $P_F(M) = 0,4$ tandis que $P_M(F) = 0,3$.
En réalité, lorsque A et B sont indépendants, $P_A(B) = P(B)$ et $P_B(A) = P(A)$: ces deux nombres ne sont égaux que si $P(A) = P(B)$.

Exercice 3 – Les articles renvoyés

8 points

Partie A

1) $P(V) = 0,6$, $P(\bar{V}) = 0,4$, $P_V(R) = \frac{1}{4} = 0,25$ et $P_{\bar{V}}(R) = \frac{1}{8} = 0,125$.



2) $P(V \cap R) = P(V) \times P_V(R) = 0,6 \times 0,25 = \boxed{0,15}$.

3) V et $\bar{V}$ forment deux cas qui s'excluent et couvrent tous les articles; d'après la formule des probabilités totales :

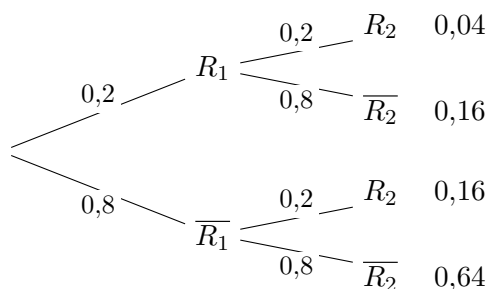
$$P(R) = P(V \cap R) + P(\bar{V} \cap R) = 0,15 + 0,4 \times 0,125 = 0,15 + 0,05 = \boxed{0,2}.$$

4) $P_R(V) = \frac{P(V \cap R)}{P(R)} = \frac{0,15}{0,2} = \boxed{0,75}$.

Interprétation : trois articles renvoyés sur quatre sont des vêtements.

Partie B On note R_1 : « le premier article est renvoyé » et R_2 : « le second article est renvoyé ».

5) Deux épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, de paramètre 0,2 :



6) Aucun article renvoyé : $P(\bar{R}_1 \cap \bar{R}_2) = 0,8 \times 0,8 = \boxed{0,64}$.

Exactement un article renvoyé : deux chemins, $0,2 \times 0,8 + 0,8 \times 0,2 = 0,16 + 0,16 = \boxed{0,32}$.

7) « Au moins un article renvoyé » est l'évènement contraire de « aucun article renvoyé » :

$$P(\text{au moins un renvoi}) = 1 - 0,64 = \boxed{0,36}.$$

Or $\frac{1}{3} = \frac{25}{75}$ et $0,36 = \frac{27}{75}$, donc $0,36 > \frac{1}{3}$.

Conclusion : l'affirmation du service client est exacte; un client qui passe deux commandes renvoie au moins un article avec une probabilité de 0,36, un peu plus d'une chance sur trois.